Nie umiem przewidzieć 1000-letniej katastrofy

Maciej Buczak
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

Sierpień 2026

Streszczenie

Zgodnie z regulacjami bazylejskimi, kwantyl 0,999 — centralny parametr architektury bezpieczeństwa finansowego, na którym od lat wyznaczane były wymogi kapitałowe dla ryzyka kredytowego, operacyjnego oraz wielu ryzyk filaru II — jest w dokumentach nadzorczych interpretowany jako zdarzenie „1 raz na tysiąc lat". Interpretacja ta, powielana w literaturze akademickiej i praktyce sektorowej, jest przedmiotem niniejszej pracy. W odróżnieniu od utrwalonej w literaturze krytyki dotyczącej trudności estymacyjnych na dalekich kwantylach, artykuł stawia pytanie inne: czy sama interpretacja czasowa kwantyla 0,999 jako zdarzenia 1000-letniego ma jakiekolwiek uzasadnienie statystyczne, regulacyjne lub chociażby praktyczne. Praca przedstawia sposób, w jaki interpretacja czasowa kwantyla 0.999 została umocowana w kolejnych akordach bazylejskich (Bazylea I, Bazylea II, CRR III), a następnie rozpowszechniona w pracach akademickich. Następnie zaś, w pracy wykazane jest, że definicja ta wywodzi się z zapożyczonego, lecz nigdy wprost niewskazanego, aparatu pojęciowego wykorzystywanego w hydrologii — koncepcji okresu powrotu, stosowanej do opisu zjawisk takich jak powódź stuletnia. Wykazano jednocześnie, że przeniesienie tej konwencji na grunt zjawisk społeczno-ekonomicznych wymaga milczącego założenia o indeksowaniu kolejnych realizacji ryzyka na osi czasu — założenia niemającego w tym kontekście naturalnego uzasadnienia, takiego, jakie posiada w świecie zjawisk fizycznych. Analiza dowodzi ponadto, że pojęcie zdarzenia 1000-letniego nie jest bezpośrednio wbudowane w konstrukcję modeli ryzyka, nie poddaje się weryfikacji za pomocą backtestu, a praktyka regularnej kalibracji modeli czyni je zbędnym. Analizując doświadczenia hydrologii, gdzie analogiczne pojęcie „powodzi stuletniej" stało się przedmiotem krytyki i skutkowało rewizją sposobu komunikowania ryzyka, w pracy sugeruje się rozpoczęcie analogicznej debaty w świecie finansów. Debaty, której celem byłoby urealnienie stosowanych definicji i ich interpretacji, co pomogłoby uspójnić, na poziomie aksjologicznym, podejścia, jakie stosowane są przy budowie modeli ryzyka. Praca konkluduje, że interpretacja temporalna kwantyla 0,999 jest artefaktem pustym, pozbawionym wartości poznawczej i praktycznej, oraz proponuje zastąpienie jej definicjami opartymi na realnych mechanikach zdarzeń skrajnych.

Słowa kluczowe: kwantyl 0,999, okres powrotu, raz na 1000 lat, Value at Risk, ryzyko modeli, hydrologia, teoria wartości ekstremalnych, Basel II, CRR III

JEL Classification: G21, G28, G32, C46

1 Wstęp

Ile lat trzeba czekać, żeby doświadczyć katastrofy finansowej, przed którą zabezpiecza nas dzisiejszy system regulacyjny? Odpowiedź, którą można znaleźć w dokumentach nadzorczych, brzmi: tysiąc lat. Kwantyl 0,999, centralny parametr systemu, na którym przez 20 lat funkcjonowania bazylejskiej architektury bezpieczeństwa wyznaczane były wymogi kapitałowe dla ryzyka kredytowego, operacyjnego oraz wielu ryzyk filaru II; jest tam wprost interpretowany jako zdarzenie występujące raz na tysiąc lat. To sformułowanie, powielane bez dodatkowego komentarza w podręcznikach akademickich i praktyce sektorowej, jest punktem wyjścia niniejszej pracy.

Krytyka koncepcji Value at Risk oraz towarzyszącego jej aparatu statystycznego ma już bogatą tradycję. Artzner i in. (1999), Danielsson (2000), Danielsson i in. (2001), a także inni, wielokrotnie wskazywali, że estymacja dalekich kwantyli rozkładu — takich jak 0,99 czy 0,999 — jest zadaniem znajdującym się na granicy możliwości dostępnych metod statystycznych, obarczonym błędami sięgającymi rzędów wielkości. Ten problem, dobrze rozpoznany i wielokrotnie opisany w literaturze, nie jest przedmiotem niniejszej pracy. Artykuł ten stawia pytanie inne, węższe i, jak się wydaje, dotychczas nieopisane wprost: nie o to, czy potrafimy rzetelnie oszacować wartość leżącą na kwantylu 0,999; lecz o to, jak rozumieć interpretację kwantyla 0.999 jako zdarzenia „1 raz na 1000 lat". Innymi słowy, przedmiotem analizy nie jest jakość estymacji na dalekich kwantylach rozkładów, lecz zasadność samej interpretacji czasowej, jaką wynikom tej estymacji się przypisuje.

Rozróżnienie to jest kluczowe dla zrozumienia wkładu tej pracy. Nawet gdyby dysponowano idealnym, wolnym od błędu estymacyjnego modelem ryzyka, pytanie o to, co właściwie oznacza twierdzenie, że jego wynik odpowiada zdarzeniu 1000-letniemu, pozostałoby otwarte. Interpretacja temporalna kwantyla nie jest bowiem, jak stara się wykazać ten artykuł, elementem koniecznym ani wewnętrznie wynikającym z konstrukcji takiego modelu. Jest to konwencja — zapożyczona, choć nigdy wprost nie wskazana jako zapożyczenie, z zupełnie innej dziedziny: hydrologii, gdzie na przełomie XIX i XX wieku wypracowano pojęcie okresu powrotu do opisu takich zjawisk jak powódź stuletnia. Konwencja ta wymaga jednak dodatkowego założenia — indeksowania kolejnych realizacji zjawiska, kolejnych zmiennych losowych, za pomocą czasu — którego zasadność w świecie zjawisk społeczno-ekonomicznych jest znacznie trudniejsza do wytłumaczenia, niż w świecie zjawisk fizycznych, rządzonych stałymi cyklami astronomicznymi. Co więcej, sama hydrologia, w obliczu wieloletniej krytyki (Pielke, 1999; Read i Vogel, 2015; Stedinger, Vogel i Foufoula-Georgiou, 1993), zdążyła już zrewidować sposób komunikowania tego pojęcia, wskazując na jego mylącą naturę. Świat finansów, jak się wydaje, tej refleksji jeszcze nie przeprowadził.

Celem niniejszej pracy jest prześledzenie, w jaki sposób i na jakich przesłankach wykształciła się w świecie finansów interpretacja kwantyla 0,999 jako zdarzenia 1000-letniego, skonfrontowanie jej z mechaniką statystyczną, z której miałaby wynikać, a także z paralelnym doświadczeniem hydrologii, gdzie podobne pojęcie ma dłuższą historię i lepiej rozpoznane ograniczenia. Teza pracy jest następująca: definicja zdarzenia 1000-letniego nie jest ani wbudowana w konstrukcję modeli ryzyka, ani uzasadniona w dokumentach regulacyjnych, ani też możliwa do zweryfikowania za

pomocą jakiegokolwiek dostępnego narzędzia, w tym przede wszystkim backtestu. Jest to zewnętrzna, przyjęta milcząco etykieta, której funkcjonowanie w oficjalnym systemie pojęciowym architektury bezpieczeństwa finansowego nie jest bezkosztowe — utrudnia bowiem rzetelną ocenę tego, przed czym realnie modele ryzyka mają nas zabezpieczać.

Należy dodać, że problem nie dotyczy jedynie dwudziestoletniego okresu funkcjonowania przepisów Bazylei II. Jest on wciąż aktualny. Reforma systemu bezpieczeństwa, sformalizowana przepisami CRR III, odniosła się co prawda do pewnych luk istniejących w architekturze bazylejskiej. Wycofano również, kłopotliwy i niezwykle złożony, framework do modelowania ryzyka operacyjnego – AMA. Podstawowe paradygmaty systemu pozostały jednak nienaruszone. Wciąż więc funkcjonujemy w niejasnym, nieczytelnym, a być może po prostu błędnym środowisku pojęciowym, w systemie, który został sparametryzowany w oparciu o pewien obiekt wyobrażeniowy, fantom zdarzenia 1000-letniego. Po wycofaniu AMA, zakres działania tego kłopotliwego systemu pojęciowego się zmniejszył. Wciąż jednak, tam gdzie funkcjonuje – modele IRB, modele kapitału wewnętrznego – taka błędna mapa definicji może powodować, to, co powodowała dotychczas, a co zauważył regulator w słowie wstępnym projektu reformy pokryzysowej Basel III Endgame – nieadekwatne i charakteryzujące się niezrozumiałą dyspersją poziomy kapitałów.

Struktura pracy jest następująca. Rozdział 2 opisuje problem od strony praktycznej — trudności, jakie napotyka próba skonfrontowania wyniku modelu ryzyka z rzeczywistością. Rozdziały 3 i 4 rekonstruują sposób, w jaki regulator ustanawiał i interpretował kwantyl 0,999 na przestrzeni kolejnych reform bazylejskich, aż po najnowszy akord regulacyjny - CRR III. W rozdziale 4 prześledzono również sposób, w jaki interpretacja temporalna jest obecna w publikacjach naukowych oraz podręcznikach akademickich. Rozdział 5 przenosi nas do świata modelowania zjawisk hydrologicznych. Zostaje wprowadzony aparat pojęciowy stosowany w analizie zjawisk przyrody oraz wyprowadzona zostaje kluczowa, dla dalszego przebiegu rozumowania, definicja okresu powrotu. W rozdziale 6 przedstawia się w jaki sposób, za pośrednictwem koncepcji Value at Risk, ten sam system pojęciowy zostaje zaadaptowany do świata finansów. Rozdział 7 umiejscawia modele ryzyka na tej mapie pojęciowej oraz pokazuje krok po kroku, jakie założenie — indeksowanie zmiennych losowych za pomocą czasu — jest w istocie niezbędne do wyprowadzenia definicji zdarzenia 1000-letniego, i dlaczego założenie to nie jest bynajmniej oczywiste w zastosowaniu do zjawisk społeczno-ekonomicznych. Rozdział 8 dowodzi, że definicja zdarzenia 1000-letniego nie ma zastosowania praktycznego — ani jako element konstrukcji modelu, ani jako narzędzie jego weryfikacji. Rozdział 9 przywołuje dyskusję, jaka odbyła się w hydrologii wokół nieporozumień związanych z pojęciem powodzi stuletniej, oraz wykazuje brak analogicznej, dużo bardziej uzasadnionej, debaty w sektorze finansowym. W rozdziale 10 zaś, naszkicowany jest obraz architektury bezpieczeństwa finansowego jaki wyłania się przy braku spójnego systemu pojęciowego, niezrozumiałych definicjach i interpretacjach. Praca zamyka się propozycją porzucenia niejasnej interpretacji temporalnej - uproszczeń typu zdarzenie 1000-letnie, na rzecz podejścia opartego na realnych mechanikach zdarzeń skrajnych, a więc na realnych przejawach rzeczywistości, do jakich powinien odnosić się model ryzyka.

2 Problemy z realnym stosowaniem wymogów bezpieczeństwa finansowego

2.1 Globalna architektura bezpieczeństwa finansowego

Momentem założycielskim dla pojęcia architektury bezpieczeństwa systemu finansowego można uznać rok 1988 i ustanowiony w tym roku pakiet regulacyjny Bazylea I (BIS, BCBS, 1988). Zdefiniowano wtedy kluczowy mechanizm systemu bezpieczeństwa: minimalny wymóg kapitałowy, pełniący rolę buforu odpornościowego na wypadek wystąpienia skrajnych i niekorzystnych scenariuszy. Zobowiązano wtedy banki do utrzymywania kapitałów zabezpieczających na poziomie 8% aktywów ważonych ryzykiem. Na tym etapie rozwoju systemu bezpieczeństwa nie definiowano jeszcze zagrożeń na mapie prawdopodobieństwa. Nie istniała również koncepcja modeli wewnętrznych. Wartość kapitałów była wyznaczana za pomocą zwykłej arytmetyki. Nie formułowano zatem, przynajmniej na poziomie regulacyjnego systemu pojęciowego, probabilistycznych miar i parametrów bezpieczeństwa.

W styczniu 1996 roku opublikowano poprawkę do Bazylei I znaną jako Market Risk Amendment (BIS, BCBS, 1996), która rozszerzyła pierwotny zakres przepisów z 1988 roku o wymogi kapitałowe dla ryzyka rynkowego portfela handlowego (trading book). Kluczową innowacją było dopuszczenie po raz pierwszy modeli wewnętrznych, opartych na koncepcji Value at Risk, jako alternatywy dla metody standardowej — bank mógł liczyć wymóg kapitałowy na podstawie własnego modelu VaR, pod warunkiem zgody nadzoru i pozytywnego backtestingu. Te właśnie przepisy można uznać za pierwowzór koncepcji „modeli wewnętrznych" i miary VaR jako fundamentu regulacyjnego.

W 2004 roku regulator ogłosił Nową Umowę Kapitałową - Bazylea II (BIS, BCBS, 2004), rozległą strukturę regulacyjną, która miała w sposób kompleksowy objąć problem bezpieczeństwa finansowego. Wtedy właśnie w szerokiej skali wprowadzono pojęcie modeli wewnętrznych, wypracowano też, dla trzech najważniejszych kategorii ryzyk: kredytowego, rynkowego, operacyjnego, odpowiednie frameworki odnoszące się do sposobu konstrukcji takich modeli. Kryzys, który wydarzył się zaledwie cztery lata po wdrożeniu Bazylei II, obnażył słabości architektury, w tym niedoskonałości koncepcji modeli wewnętrznych. Refleksje regulatora nad wydarzeniami roku 2008 skutkowały opublikowaniem dokumentu Basel III Endgame (BIS, BCBS, 2017), a następnie pakietu CRR III (EU, CRR III, 2024), który zapisy Basel III wdrażał w życie. Ostatecznie, przepisy weszły w życie 1 stycznia 2025. Instytucje finansowe od tego momentu funkcjonują w tych nowych, zrewidowanych, ramach regulacyjnych - w nowej architekturze bezpieczeństwa.

Czym jest, rozpoczęty w roku 1988 i trwający do dziś, globalny projekt architektury bezpieczeństwa? Najprościej mówiąc, jest to idea stworzenia osłony dla systemu finansowego, takiej, która pozwoli ochronić go przed największymi konwulsjami, które mogą dotknąć, i regularnie dotykają, cały system ekonomiczny. Funkcję tej osłony mają pełnić kapitały bankowe, środki finansowe, które w krytycznym momencie pozwolą, zagrożonej bankructwem instytucji finansowej,

przetrwać. Owe kapitały, razem wzięte, tworzą coś w rodzaju globalnej zapory antykryzysowej i są fundamentalną konstrukcją, którą ten, już niemal czterdziestoletni projekt próbuje z różnym skutkiem zbudować.

2.2 Zapory bezpieczeństwa projektuje się na górze, a buduje na dole – poprzez modele ryzyka

Opisana konstrukcja reguł, frameworków i procesów, oglądana z góry, przez regulatorów, ma zadbać o bezpieczeństwo i stabilność globalnego systemu finansowego. Widziana zaś „z ziemi", a więc na poziomie pojedynczej instytucji finansowej, czyli tam gdzie funkcjonuje na poziomie operacyjnym, to schemat przepisów i wytycznych, które należy spełnić. W departamentach ryzyka tych instytucji specjaliści zarządzania ryzykiem, w tym eksperci zajmujący się jego statystycznym modelowaniem, te opisaną przepisami architekturę interpretują i wdrażają do swoich procesów wewnętrznych. Produktem tego są modele ryzyka, które już po ich zbudowaniu i przeliczeniu, zwracają do systemu, to, co ten od nich wymaga, a więc kapitały. Te zaś, w skali zagregowanej, w zintegrowanej sieci globalnej, tworzą razem wał antykryzysowy. Każdy bank dostarcza swoją część materiału, budulca do tego wspólnego nasypu.

Pojedyncze, konstruowane na poziomu banku, modele ryzyka tworzą więc wspólnie zaporę, o którą w tej architekturze chodzi. Te pojedyncze modele są podstawowymi ogniwami tego systemu zabezpieczeń. Jeśli tak, należy zadać pytanie o wiarygodność ich i ich wyników. Zarówno decydenci, jak również praktycy rynkowi, są przecież zainteresowani stopniem pewności odczytów wartości kapitałów z takich modeli pochodzących. Na poziomie instytucji finansowej chodzi o pewność odnoszącą się do kluczowych wartości modelu biznesowego banku. Na poziomie globalnym chodzi zaś o wiarygodność jaką możemy przypisać globalnej konstrukcji zapory antykryzysowej.

2.3 Value at Risk – fundament modeli ryzyka

Wszystkie frameworki modeli wewnętrznych sformułowane w przepisach nadzorczych zbudowane są na fundamencie koncepcji Value at Risk. Niezależnie od zastosowanej w procesie budowy modelu techniki statystycznej, ostatecznie wynik modelu będzie wyznaczany właśnie poprzez koncepcję VaR. Rozważając kwestie ryzyka modeli, a więc niepewności jaką „obdarzona" jest dana konstrukcja modelarska, mamy zazwyczaj na myśli cały, najczęściej złożony, proces powstawania takiej budowli. W nim, w jego założeniach, wykorzystanych technikach i procesach estymacyjnych, zwykliśmy doszukiwać się niepewności i ryzyk. Nakładka koncepcyjna VaR nie podlega zazwyczaj kwestionowaniu. Wbudowane w nią parametryzacje są natomiast traktowane jako warunki brzegowe dla procesu budowy modelu. Mowa tu przede wszystkim o predefiniowanych poziomach bezpieczeństwa, wyrażonych w skrajnych poziomach kwantyli np. 0.99 lub 0.999. Nie doszukujemy się w tym miejscu, w tego typu definicjach, ryzyk, które można by zaliczyć do szerokiego katalogu niedoskonałości modelu, katalogu etykietowanego ogólnie jako ryzyko modeli.

2.4 Niepewność wyników modeli wartości skrajnej

Jest wiadome, że różne modele tego samego zjawiska będą zwracać różne wyniki. Wskazanie zaś najlepszego z nich będzie bardzo trudne. Tymczasem nadzorca w dokumencie (BIS, BCBS, 2017) stwierdza: (i) Wysoki stopień zmienności RWA: "The Committee's own empirical analyses highlighted a worrying degree of variability in the calculation of RWAs by banks."; (ii) Utratę zaufania dla raportowanych wskaźników kapitałowych: "At the peak of the global financial crises, a wide range of stakeholders – including academics, analysts and market participants – lost faith in banks' reported risk-weighted capital ratios."; (iii) Brak przejrzystości oraz porównywalności wskaźników kapitałowych banków: "Banks' reported risk-weighted capital ratios should be sufficiently transparent and comparable to permit stakeholders to assess their risk profile."

A więc, jak możemy wyczytać, ta różnorodność wskazań modeli nie jest przez regulatora akceptowana. Winą zaś za taki stan rzeczy zostały obarczone modele, a więc głównie ich konstruktorzy. Jak wynika z przytoczonych powyżej fragmentów, rozsiane po całym systemie instytucje finansowe powinny były osiągnąć wyższy poziom zbieżności raportowanych kapitałów. Mając na uwadze cel jaki przyświeca regulatorom – budowa spójnej architektury bezpieczeństwa – to oczekiwanie jest zrozumiałe. Wskazanie prawdziwej przyczyny nieakceptowalnego przez nadzorcę poziomu dyspersji nie jest jednak wcale takie łatwe.

Modele kapitałów to modele wartości nieoczekiwanej, modele, których celem jest odnalezienie takiego poziomu zjawiska, który uznamy za skrajny – zdarzenie na tym poziomie będzie dotkliwe i rzadkie. Przed takim poziomem skrajności chcemy następnie, wykorzystując kalkulacje wykonane przez model, się zabezpieczyć. Zadanie budowy modelu należącego do tej klasy, w przeciwieństwie do klasy modeli wartości oczekiwanej (np. ECL), to duże wyzwanie modelarskie. Nie istnieją w tym obszarze modelowania metody, które można by uznać za niezawodne i których stosowanie zapewni nam wysoki poziom stabilności wyników i ich wiarygodności. Mierzymy się tu przede wszystkim z problemem estymacji wysokich kwantyli, takich jak 0.99 lub 0.999, co jak się wydaje, jest zagadnieniem znajdującym się na granicy naszych możliwości lub nawet poza nią. Mając to na uwadze, konstruktor modelu nigdy nie wie jaki stopień pewności przypisać oszacowaniom, które wykonał.

2.5 Trudności z weryfikacją wyników modeli wartości skrajnej

W przestrzeni modeli wartości oczekiwanej istnieje całkiem skuteczne narzędzie weryfikacji wyników modelu – backtest. W przypadku modelowania wartości skrajnej takie narzędzie jest albo niemożliwe do zastosowania, albo jego wiarygodność jest wątpliwa. Jedynym możliwym do zastosowania narzędziem, być może zresztą najlepszym, jest konfrontacja wyników modelu, wyników na poziomie skrajnego kwantyla, z rzeczywistością, do której model i jego wyniki powinny się odnosić. To, co, w języku usankcjonowanym w ramach procesu zarządzania ryzykiem modelu,

nazywane jest oceną logiki biznesowej modelu lub ogólniej spojrzeniem holistycznym[1]; jest właśnie tym, co może przytwierdzić model do otaczającego go świata, a przez to zwiększyć szansę na to, że jego wynik odnosi się będzie do realnie występujących zagrożeń. To ma nas zapewnić, że w momencie krytycznym, kapitał wyznaczony przez model będzie wystarczający w stosunku do wolumenu tej realnej i skrajnej wartości straty, przetrwamy więc.[2]

Jeśli więc dysponujemy modelem kapitałów, który zwrócił wynik na kwantylu 0.999, proces myślowy takiej holistycznej oceny modelu, której celem jest zderzenie modelu i jego wyników z rzeczywistością, może wyglądać tak:

Przed czym mamy być bezpieczni? → Przed wydarzeniem skrajnym → Jak skrajnym? → Na kwantylu 0.999 → Co to znaczy? Jak to wygląda na mapie rzeczywistości, na mapie realnych zagrożeń?

Na ostatnie pytanie nie jest łatwo odpowiedzieć. Czy kapitał wyznaczony przez model na kwantylu 0.999, np. 100 mln dolarów, jest wystarczający do pokrycia realnie nam zagrażającej sytuacji skrajnej? Być może najlepszym sposobem połączenia modelu z rzeczywistością jest konstrukcja takiego scenariusza skrajnego, który nam zagraża. Jeśli nasz kapitał przewyższa skalę materialną materializacji takiego, wyobrażonego ale realnego, scenariusza – jesteśmy bezpieczni. Jeśli nie – kapitał jest za niski.

Przy próbie konstrukcji takiego scenariusza skrajnego napotkamy jednak znów na te samą barierę:

→ Jak sformułować skrajność scenariusza? → Na poziomie kwantyla 0.999 → Jak jednak wygląda sytuacja skrajna na poziomie 0.999? Co oznacza kwantyl 99.9%?

Każdy kto brał udział, lub przy najmniej moderował, różnorodne analizy scenariuszowe, np. w ramach metod scenariuszowych przewidzianych we frameworku AMA w ryzyku operacyjnym, rozumie problematyczność pytań tego typu. Uczestnicy takich paneli scenariuszowych, eksperci od ryzyka bankowego, nie są w stanie przetworzyć, zinterpretować i przyłożyć do rzeczywistości takiego parametru, kwantyla 0.999. Dla zapewnienia wiarygodnych wyników procesu scenariuszowego potrzebna jest interpretacja takiego, wyrażonego liczbowo, kwantyla. Podpowiedź odnajdziemy w regulacjach nadzorczych. Na pytanie: jak rozumieć kwantyl 0.999, nadzorca odpowiada:

→ Kwantyl 0.999 to zdarzenie 1 raz na 1000 lat

Co teraz?

---

[1] To zresztą najbardziej wymagająca cześć procesu oceny modelu. Wtedy należy zadać sobie najwięcej trudnych pytań. Problemem jest sytuacja, gdy nie znajdujemy na te pytania odpowiedzi.

[2] Należy zwrócić również uwagę na stronę przeciwną tego procesu myślowego. Zbyt wysoki poziom kapitału jest po prostu nieekonomiczny. Instytucja finansowa nie chce „zamrażać" nieadekwatnie wysokiej wartości kapitału. Takie nieracjonalności będą przecież wpływać na pozycję takiego podmiotu na konkurencyjnym rynku. Ostatecznie oczekujemy zatem takiego poziomu zabezpieczeń, który zapewni nam przetrwanie momentów trudnych, przy jednoczesnym zapewnieniu racjonalności tego poziomu.

→ Wyobraźmy sobie takie zdarzenie 1000-letnie, zastanówmy się jaki ma kształt i przebieg oraz jaką skalę materialną może przyjąć → Teraz porównajmy to wyobrażone zdarzenie z buforem kapitałowym wyznaczonym przez model (na kwantylu 0.999), który przed takim zdarzeniem nas zabezpiecza → Jeśli kapitał pokrywa skalę materialną zdarzenia 1000-letniego – jesteśmy bezpieczni.

Ten proces myślowy nie jest niestety możliwy do przeprowadzenia. Utkniemy w puncie „*Wyobraźmy sobie zdarzenie 1000-letnie*". Próba wyobrażenia zdarzenia 1000-letniego wprzód, za 1000 lat, jest całkowicie pozbawiona sensu. Pomocna, jak się wydaje, próba wyobrażenia sobie zdarzenia 1000-letniego w tył, na kartach historii, również okazuje się bezużyteczna. Zarówno rzeczywistość za 1000-lat, jak i rzeczywistość sprzed 1000-lat w żaden sposób nie przystaje do świata, w którym działa model i do którego ma się odnosić.

2.6 Problemem jest głęboka parametryzacja architektury bezpieczeństwa – kwantyl 0.999 i definicja zdarzenia 1000-letniego

Jesteśmy zatem pozbawieni jedynego narzędzia, którym moglibyśmy się posłużyć do oceny wiarygodności wyników modelu. Co ważne, mamy przed sobą model wartości nieoczekiwanej, wyliczany na super-skrajnym kwantylu 0.999, co czyni ten model podatnym na błędy estymacyjne o ogromnej skali. Model tej klasy ma więc wbudowaną niepewność, sięgającą nawet rzędów wielkości dla wartości przez niego zwracanych. My zaś nie dysponujemy żadną metodą, która mogłaby te niepewność ograniczyć. A zatem, na dole, na poziomie, gdzie realnie buduje się zaporę antykryzysową, w departamentach ryzyka instytucji finansowych, eksperci ryzyka nie są w stanie ocenić stopnia pewności wyników, które potem raportują do globalnego systemu w postaci RWA. Sposób budowy modeli zaś, nawet najbardziej wyrafinowane koncepcje, nie mają tu nic do rzeczy. Nie istnieje bowiem metoda przytwierdzenia tych koncepcji do rzeczywistości, do świata, który powinny opisywać.

Problemem być może nie są zatem modele, stopień ich wyrafinowania i poprawności statystycznej. Może problem leży głębiej, w fundamentach konstrukcji architektury bezpieczeństwa finansowego. W jego głębokiej parametryzacji, której istotna część została wbudowana w predefiniowaną koncepcję Value at Risk. To właśnie określone przez regulatora parametry 0.999 wraz z horyzontami czasu do ich przypisanymi, są być może kluczowym problemem tego systemu. W szczególności w sytuacji, gdy parametry te nie są osadzone w rzeczywistości, nie zostały wystarczająco czytelnie zdefiniowane, i w stosunku do których wypromowano zupełnie nie zrozumiałe interpretacje, takie jak zdarzenie 1 raz na 1000 lat. Może właśnie ten niejasny i niespójny system pojęciowy leży u podstaw problemu z niezrozumiałą dyspersją RWA, na jaki wskazał regulator w dokumencie (BIS, BCBS, 2017).

Temu właśnie problemowi, problemowi błędów lub niejasności w parametryzacji kluczowych parametrów globalnej architektury bezpieczeństwa, poświęcona jest ta praca.

3 Centralny parametr architektury bezpieczeństwa - kwantyl 0.999

W słowie wstępnym reformy Basel III Endgame (BIS, BCBS, 2017) nadzorca uwypuklił centralne znaczenie koncepcji RWA w systemie bezpieczeństwa: "A prudent and credible calculation of RWAs is an integral element of the risk-weighted capital framework." W tej części architektury, gdzie za risk-weighted capital odpowiadają modele wewnętrzne (a nie metody standardowe), za centralny parametr należy zaś uznać kwantyl, na poziomie którego instytucje są zobowiązane raportować wartości kapitałowe. Dlaczego centralny? Bo ma kluczowe znaczenie dla wyników. Przesuwając się po osi kwantylowej zauważymy, jak różny poziom kapitałów odczytamy na kwantylach o różnych stopniach np. 0.9, 0.99, 0.999. Często zaobserwujemy różnice na poziomie rzędów wielkości np. 100 mln przy kwantylu 0.99 vs. 1 mld przy kwantylu 0.999. Pytanie o istotność tego parametru można przenieść na obszar innego zjawiska i zadać retoryczne pytanie: czy istotny jest kwantyl na którym wyznaczamy wały przeciwpowodziowe, jeśli to on właśnie zdecyduje o tym, czy wysokość tego wały wynosi 1 metr, czy 10 metrów?

Znaczenie i interpretacja poziomu bezpieczeństwa wyrażonego jako kwantyl rozkładu zależy jeszcze od innego parametru – horyzontu czasowego, a więc dystansu czasu w jakim należy odczytywać szansę wyrażoną językiem kwantyli. Ten wzajemnie uzupełniający się duet: kwantyl i horyzont czasowy to kluczowy zestaw parametrów, mający istotny wpływ na ostateczny poziom bezpieczeństwa systemu. Należałoby zatem oczekiwać: (i) umocowania tych parametrów w należnym im, centralnym miejscu architektury bezpieczeństwa; (ii) ich precyzyjnej, jednoznacznej definicji, a także (iii) jednoznacznej interpretacji biznesowej, takiej, która umożliwi, na poziomie operacyjnym – na poziomie instytucji finansowej, poprawne i świadome posługiwanie się tymi parametrami, zderzając je z realnie dziejącą się rzeczywistością.

W kolejnych rozdziałach opisany zostanie sposób zdefiniowania podstawowych parametrów bezpieczeństwa w kolejnych akordach rozwoju koncepcji bezpieczeństwa systemu finansowego:

(i) Market Risk Amendment - korekta z 1995 roku dla ryzyka rynkowego;

(ii) Bazylea II – przepisy obowiązujące w okresie 2004 – 2025, funkcjonujące, co szczególnie ważne, w trakcie wydarzeń kryzysowych 2008 roku;

(iii) CRR III – przepisy, które są odpowiedzią na kryzys 2008, i obowiązują od stycznia roku 2025.

3.1 Ryzyko rynkowe (1996) – pierwsza formuła parametru bezpieczeństwa 99%

W styczniu 1996 roku opublikowano poprawkę do Bazylei I (BIS, BCBS, 1988) znaną jako Market Risk Amendment (BIS, BCBS 1996), która rozszerzyła pierwotny zakres przepisów z 1988 roku o wymogi kapitałowe dla ryzyka rynkowego i wprowadziła koncepcję modeli wewnętrznych opartych

na metodzie Value at Risk.[3] W tym momencie po raz pierwszy w formalnych dokumentach zdefiniowano parametr bezpieczeństwa na mapie prawdopodobieństwa, jako kwantyl rozkładu.[4]

Wcześniej, w dokumencie (BIS, BCBS, 1995), regulator odniósł się do obserwowanych praktyk rynkowych w zakresie stosowanych przedziałów ufności (od 90% do 99%) i wskazał na potrzebę wypracowania wspólnego, konserwatywnego standardu na poziomie 99% (BIS, BCBS 1995):

> In specifying a value-at-risk model, one of the variables that has to be determined is the level of protection judged to be prudent. The confidence intervals used by banks typically range from 90% to 99%. As a prudential matter, the Committee feels it is appropriate to specify a common and relatively conservative confidence level. It is therefore specifying that all banks using the models approach employ a 99% one-tailed confidence interval.

A także podał interpretację dla tej klasy modeli. Skrajność w ryzyku rynkowym została sformułowana jako wartość straty na portfelu (kombinacji aktywów, które wchodzą w skład portfela), której szansa przekroczenia wynosi 1%, co jest równoznaczne z 99% poziomem ufności:

> A confidence level of 99% means that there is a 1% probability based on historical experience that the combination of positions in a bank's portfolio would result in a loss higher than the measured value-at-risk.

Ostatecznie parametry zostały ustawione jako jednostronny przedział ufności 99% przy dziennych przeliczeniach, które miały być agregowane do tzw. 10 day holding period (BIS, BCBS, 1996).

Tak sformułowana koncepcja bezpieczeństwa została oparta o nowy, w tamtym czasie, system pojęciowy, sformułowany przez J.P.Morgan w 1996 roku (J.P.Morgan/Reuters, 1996) - właśnie Value at Risk. Kwestia koncepcji VaR, która zdominowała na poziomie aksjomatycznym sposób w jakim myślimy o ryzyku, będzie jeszcze poruszona w dalszej części tego opracowania.

3.2 Bazylea II (2004) - kwantyl skrajności zakodowany w modelach wewnętrznych

Regulator w 2004 roku, w ramach pakietu Nowa Umowa Kapitałowa (Bazylea II) (BIS, BCBS, 2004) skonstruował nowy system regulacyjny.[5] Powołał do życia kompleksową koncepcję modeli

[3] Należy zaznaczyć, że w przestrzeni ryzyka kredytowego takie probabilistyczne miary nie zostały jeszcze w tamtym czasie zdefiniowane. Probabilistyczny system pojęciowy dla tego rodzaju ryzyka został sformułowany dopiero w pakiecie Bazylea II (BIS, BCBS, 2004). Tak samo dla ryzyka operacyjnego Bazylea II było momentem założycielskim dla statystycznych definicji bezpieczeństwa.

[4] Wcześniej, w Bazylei I (BIS, BCBS, 1988) poziom bezpieczeństwa był wyznaczany w sposób arytmetyczny.

[5] Wytyczne Bazylei II zostały zaimplementowane do europejskiego systemu prawnego za pomocą dyrektywy Capital Requirements Directive (EU, CRD, 2006): 2006/48/WE dla banków oraz 2006/49/WE dla firm inwestycyjnych. Dyrektywa pozostawiała państwom członkowskim UE swobodę w kwestii sposobu jej implementacji na grunt prawa krajowego. W 2013 ujednolicono przepisy za pomocą rozporządzenia UE: pakietu CRR (EU, CRR, 2013). Przepisy tam zawarte miały być bezpośrednio stosowane w krajach członkowskich.

wewnętrznych, dla których określił zasady ich konstrukcji. Formułując je skorzystał z wypracowanych wcześniej, czy to w świecie akademickim, czy też na gruncie praktyk sektorowych, koncepcji modelowania zdarzeń rzadkich i ich interpretacji sformułowanych na gruncie teorii prawdopodobieństwa. Jak wyjaśniał (Jorion, 2007): „Basel II moves to more credit-sensitive regulatory capital charges.", co miało skutkować adekwatnym poziomem kapitałów w instytucjach: "More (less) risky assets should carry greater (less) economic capital."

Dla poszczególnych kategorii ryzyk sformułowano odpowiednie klasy modeli wewnętrznych[6]:

(i) Internal Rating-Based Approach (IRB) – dla ryzyka kredytowego,

(ii) Advanced Measurement Approach (AMA) – dla ryzyka operacyjnego,

(iii) Internal Models Approach (IMA) – dla ryzyka rynkowego.

Centralnym punktem tej koncepcji był apetyt na ryzyko, a więc postulowany poziom bezpieczeństwa określony poprzez pozycję dalekiego kwantyla na rozkładzie prawdopodobieństwa. Wokół tej właśnie kwestii zorganizowany będzie przegląd w/w frameworków, który odnaleźć można w kolejnych rozdziałach niniejszej pracy.

3.2.1 Ryzyko kredytowe - metoda IRB

Model wewnętrzy dla ryzyka kredytowego (Internal Rating-Based Approach, IRB) został precyzyjnie opisany w odpowiednich artykułach dokumentu (EU, CRR, 2013): art. 153, pkt. 1 – dla ekspozycji korporacyjnych, instytucji oraz rządów centralnych i banków centralnych, art. 154, pkt. 1 – dla ekspozycji detalicznych. Model ten opiera się na fundamencie modelu ASRF (Asymptotic Single Risk Factor), modelu portfela kredytowego opracowanego przez (Gordy, 2003), zbudowanego zaś na wcześniejszych pracach: strukturalnego modelu ryzyka kredytowego (Merton, 1974), oraz jego rozwinięcia na poziom portfela (Vasicek, 2002).

Model IRB zakłada: (i) jeden wspólny czynnik ryzyka systematycznego (stan gospodarki), (ii) nieskończenie duży portfel (założenie asymptotyczne) - ryzyko idiosynkratyczne dywersyfikuje się do zera, (iii) rozkład normalny dla czynnika systematycznego i dla wartości aktywów kredytobiorcy. Należy to rozumieć w następujący sposób, gdy portfel składa się z dużej liczby stosunkowo małych ekspozycji, ryzyka idiosynkratyczne związane z poszczególnymi ekspozycjami mają tendencję do wzajemnego znoszenia się i tylko ryzyka systematyczne, które jednorodnie wpływają na wszystkie ekspozycje, mają istotny wpływ na straty portfela.

Kwantyfikacja straty nieoczekiwanej (UL) w modelu IRB jest uzyskiwana poprzez uwarunkowanie PD kredytobiorcy od konserwatywnej wartości systematycznego czynnika ryzyka. W praktyce, celem formuły nadzorczej jest więc przekształcenie długookresowego średniego poziomu PD (oczekiwanego poziomu PD_ECL) w stresowe PD, a więc taki poziom PD, który wystąpi w wa-

[6] Oczywiście, instytucje, które nie zdecydowały się na wdrożenie modeli wewnętrznych na potrzeby wyznaczania kapitału regulacyjnego, mogły skorzystać z metod standardowych, zwykle dużo bardziej konserwatywnych kapitałowo.

runkach stanu kryzysowego gospodarki. Zauważmy, że oszacowanie wartości nieoczekiwanej rozkładu (stresowego PD na kwantylu 0.999), nie jest uzyskiwane na podstawie zbiorów danych empirycznych. Wartość UL uzyskuje się w sposób analityczny, za pomocą zamkniętej formuły IRB. Dokument (EBA, 2021) tak tłumaczy przyjęte przez regulatora podejście: "Under the regulatory framework, it is assumed that the set of observations available to the bank is too limited to provide a reliable estimate of the WCDR[7] and, for this reason, a model is developed to provide an estimate."

Formuła IRB, która stała się standardem sektorowym, została w (EU, CRR, 2013) zapisana w następujący sposób (art. 153, art. 154):

Art. 153

$$RW = \left\{ LGD \cdot N\left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} \cdot G(PD) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \cdot G(0{,}999) \right) - LGD \cdot PD \right\} \cdot \frac{1 + (M - 2{,}5) \cdot b}{1 - 1{,}5 \cdot b} \cdot 12{,}5 \cdot 1{,}06^{8}$$

Art. 154

$$RW = \left\{ LGD \cdot N\left(\frac{1}{\sqrt{1-R}} \cdot G(PD) + \sqrt{\frac{R}{1-R}} \cdot G(0{,}999) \right) - LGD \cdot PD \right\} \cdot 12{,}5 \cdot 1{,}06$$

gdzie: *G(PD)* to kwantyl rozkładu PD kredytobiorcy, R jest korelacją z czynnikiem systematycznym, *G(0,999)* jest kwantylem czynnika systematycznego na poziomie 0,999, *N(...)* — warunkowe prawdopodobieństwo defaultu przy najgorszym scenariuszu makroekonomicznym, odczytywane na rozkładzie normalnym.

IRB – kwantyl 0.999 zakodowany matematycznie, roczny horyzont

Kwantyl 0.999 nie jest we frameworku IRB wprost wyspecyfikowany jako centralny parametr systemu bezpieczeństwa, parametr poziomu skrajności, przed jaką chcemy się zabezpieczyć. Idea ta jest zaszyta we wzorze na wagi ryzyka (RW), w postaci rozkładu odwrotnego normalnego G i kwantyla tego rozkładu G(0.999). Kwantyl 0.999 odnosi się wprost do czynnika systemowego M w modelu ASRF, korespondującego z poziomem ufności 99.9%, co można zapisać (Jorion, 2007): „$P(-M \leq m) = 0.999$, or $M = N^{-1}(0.999)$." Wartość kwantyla 99.9% w modelu IRB jest zatem

[7] Worst Case Default Rate (WCDR) to kwantyl rozkładu stóp defaultu — konkretnie wartość stopy defaultu która jest przekraczana tylko z małym prawdopodobieństwem (np. 0.1%). Innymi słowy jest to odpowiedź na pytanie: jaka jest maksymalna stopa defaultu w portfelu kredytowym, której możemy się spodziewać przy założonym poziomie ufności 99.9%.

[8] Scalling factor 1.06 umieszczony we wzorach na wagi ryzyka (RW) w CRR (EU, CRR, 2013), w najnowszej edycji regulacji (EU, CRR III, 2024) został usunięty.

ustanowionym, wewnątrz formuły obliczeniowej, poziomem skrajności dla ryzyka systemowego, wspólnego dla wszystkich uczestników rynku.

Kwestia horyzontu czasowego dla modelu IRB jest zdefiniowana w art. 180, pkt. 1 (a). Został przyjęty horyzont roczny: "institutions shall estimate PDs by obligor grade from long run averages of one-year default rates."

Interpretacja czasowa kwantyla 0.999 - 1 raz na 1000 lat, nie pojawia się w przytoczonych tu przepisach.

3.2.2 Ryzyko operacyjne - metoda AMA

Framework AMA (Advanced Measurement Approach), pozwalał bankom budować własne, wewnętrzne modele szacowania kapitału regulacyjnego, zamiast opierać się na prostym wskaźniku procentowym od dochodu brutto (metoda BIA, TSA). Wymagany kapitał liczony był jako Operational Value at Risk (OpVaR) — maksymalna strata operacyjna banku przy założonym dla modelu poziomie ufności 99,9%. Bank mógł zacząć stosować AMA wyłącznie za zgodą lokalnego nadzoru (podobnie zresztą jak w przypadku metody IRB), a po jej uzyskaniu nie mógł już samowolnie wrócić do prostszej metody bez ponownej zgody regulatora.

Model AMA musiał opierać się na czterech obowiązkowych elementach danych: wewnętrznych danych o stratach operacyjnych, zewnętrznych danych o stratach operacyjnych, czynnikach środowiska biznesowego i kontroli wewnętrznej (BEICF) oraz analizie scenariuszowej. Straty klasyfikowano dodatkowo według ośmiu linii biznesowych i siedmiu typów zdarzeń ryzyka. Sugerowaną techniką stosowaną w obrębie metody była Loss Distribution Approach (LDA). Bank dzielił straty operacyjne na jednorodne segmenty, a następnie modelował osobno rozkład częstości zdarzeń operacyjnych (frequency) oraz rozkład ich dotkliwości (severity), następnie łączył je (np. metodą Monte Carlo) w zagregowany rozkład strat, z którego odczytywano wymagany kapitał na poziomie kwantyla 99,9%.

AMA – kwantyl 0.999 sformułowany wprost, roczny horyzont

W obszarze ryzyka operacyjnego, dla modelu wewnętrznego (AMA), poziom bezpieczeństwa oraz horyzont czasowy został sformułowany w dokumencie (EU, CRR, 2013) w art. 322, pkt. 2 (a): "The operational risk measure shall capture potentially severe tail events, achieving a soundness standard comparable to a 99,9 % confidence interval over a one year period" W Bazylei II (BIS, BCBS, 2004) w art. 667 możemy znaleźć wyjaśnienie dla tak przyjętego poziomu skrajności:

> [...] a bank must be able to demonstrate that its approach captures potentially severe 'tail' loss events. Whatever approach is used, a bank must demonstrate that its operational risk measure meets a soundness standard comparable to that of the internal ratings-based approach for credit risk, (i.e. comparable to a one year holding period and a 99.9th percentile confidence interval).

Nie odnajdujemy więc specyficznych dla tego obszaru ryzyka definicji i uzasadnień. Zamiast tego, nadzorca wskazuje bezpośrednie powiązanie z ryzykiem kredytowym (IRB) i sformułowanym tam poziomem bezpieczeństwa. Widzimy zatem, że Komitet Bazylejski sformułował pewną koncepcje poziomu bezpieczeństwa dla ryzyka kredytowego, opartą na rozkładzie wartości aktywów i dalekim kwantylu (0.999) na tym rozkładzie ulokowanym. Następnie w obszarze ryzyka operacyjnego odniósł się do tej idei, wskazując ją jako fundament rozumowania o bezpieczeństwie systemu. Podobnie jak w ryzyku kredytowym ustalono zatem kwantyl 0.999, jako adekwatny poziom zabezpieczenia, przy rocznym horyzoncie czasowym.

Tu, podobnie jak w ryzyku kredytowym, również nie pada wyjaśnienie dotyczące interpretacji czasowej tego kwantyla.

3.2.3 Ryzyko rynkowe - metoda IMA

Metoda IMA (Internal Models Approach), pozwalała bankom obliczać wymóg kapitałowy na ryzyko rynkowe na podstawie własnego wewnętrznego modelu Value at Risk (VaR). Standardowo bank musiał liczyć VaR przy poziomie ufności 99% i horyzoncie czasowym 10 dni roboczych, na podstawie historii danych obejmującej co najmniej rok. Dopuszczalne były różne metodologie liczenia VaR — m.in. metoda wariancji-kowariancji, symulacja historyczna czy symulacja Monte Carlo — z pełną wyceną pozycji lub aproksymacją delta-gamma-vega.

Wymagany kapitał na dany dzień był ustalany jako większa z dwóch wartości: bieżący 10-dniowy VaR albo mnożnik razy średnia z 10-dniowych VaR-ów z ostatnich 60 dni roboczych. Mnożnik regulacyjny wynosił bazowo 3, ale rósł (do maksymalnie ok. 4), jeśli tzw. backtesting wykazywał zbyt wiele przekroczeń — czyli sytuacji, w których rzeczywista dzienna strata banku przewyższała jednodniowy VaR wyliczony przez model. Backtesting porównywał codziennie rzeczywisty wynik (P&L) z prognozą VaR z ostatnich 12 miesięcy, a liczba dopuszczalnych przekroczeń w tym okresie determinowała, czy bank mógł nadal korzystać z IMA, czy musiał wrócić do metody standardowej. Do wyniku VaR doliczano dodatkowo osobną opłatę za ryzyko specyficzne (specific risk charge).

IMA (Art. 365) – kwantyl 0.99, horyzont 10 dni

Zasady bezpieczeństwa dla ryzyka rynkowego (IMA) zostały określone w dokumencie (EU, CRR, 2013) w art. 365, w pkt.1:

> The calculation of the value-at-risk [...] shall be subject to the following requirements: (a) daily calculation of the value-at-risk number; (b) a 99th percentile, one-tailed confidence interval; (c) a 10-day holding period;

Poziom bezpieczeństwa tu określony to kwantyl 0.99, przy 10-dniowym horyzoncie czasowym. Widzimy zatem, że poziom bezpieczeństwa w przestrzeni ryzyka rynkowego został skalibrowany w inny, niż w ryzyku kredytowym i operacyjnym, sposób. Kwantyl nie jest tak skrajny, a horyzont liczony jest w znacznie krótszych odcinkach czasu.

Nie zostaje tu wprost sformułowana interpretacja czasowa kwantyla.

3.3 CRR III – ostateczna architektura bezpieczeństwa i pokryzysowe redefinicje modeli (wycofanie AMA, FRTB, output floor)

Już cztery lata po wdrożeniu regulacji zmaterializowało się zdarzenie, przeciwko któremu bazylejska architektura bezpieczeństwa została skonstruowana. Po tym wydarzeniu, przypomniano wszystkie przedkryzysowe głosy krytyczne, a także powstały nowe opracowania odnoszące się do przyczyn kryzysu i słabości umocowanej przepisami koncepcji bezpieczeństwa.

Regulator, po latach prac, ostatecznie sformułował odpowiedź na wydarzenia kryzysowe 2008[9] - dokument Basel III Endgame (BIS, BCBS 2017). Ostateczna wersja pokryzysowych ram bezpieczeństwa, implementacja Basel III do przestrzeni prawnej w UE, została opublikowana 19 czerwca 2024 roku w postaci pakietu CRR III (EU, CRR III, 2024)[10]. CRR III nowelizuje dokument bazowy (EU, CRR, 2013), korygując poprzednio ustanowione przepisy.

3.3.1 Ryzyko kredytowe – kwantyl 0.999 bez zmian

Art. 153, art. 154, a także art. 180 regulujące sposób kalkulacji wag ryzyka (RW) w metodzie IRB nie uległy istotnym zmianom. W formule obliczeniowej na wagi ryzyka usunięto mnożnik 1.06, a także metodę double default, co można uznać za zmiany nieistotne. Wprowadzono natomiast zabezpieczenia na zewnątrz modelu, w postaci buforów konserwatyzmu, z których najistotniejsze znaczenie będzie miał prawdopodobnie output floor w wysokości 72.5% RWA wyliczonych metodą standardową.

Idea zabezpieczania się poprzez kwantyl 0.999 przy rocznym horyzoncie danych pozostała nienaruszona.

3.3.2 Ryzyko operacyjne – wycofanie metody AMA

W tej przestrzeni odnotowujemy istotną zmianę. Metoda AMA została wycofana. Ryzyko operacyjne nie jest już modelowane metodami statystycznymi na potrzebę wyznaczenia wymogów kapitałowych. Kwestia kwantyla 0.999 i jego interpretacji straciła na znaczeniu w wymiarze kapitału regulacyjnego (Filar I). Problem jednak wciąż jest obecny w modelach AMA w kapitale wewnętrznym (Filar II).

3.3.3 Ryzyko rynkowe – nowy framework (FRTB)

[9] Najpierw International Accounting Standards Board opublikował przepisy IFRS 9 (IASB, 2014), które miały być odpowiedzią na wydarzenia kryzysowe w przestrzeni wyceny wartości oczekiwanej ryzyka kredytowego. Przepisy weszły w życie 1 stycznia 2018 roku.

[10] Dokument wszedł w życie z dniem 9 lipca 2024 r. Stosowanie przepisów dotyczących wymogów kapitałowych obowiązuje od dnia 1 stycznia 2025 r.

W obszarze ryzyka rynkowego zastąpiono przepisy dotyczące VaR nowym frameworkiem: Fundamental Review of the Trading Book (FRTB). Wprowadzono nową miarę ryzyka Expected Shortfall (średnia wartość straty po przekroczeniu kwantyla), na kwantylu 0.975, co w założeniach ma mieć taki efekt, że przy jednoczesnym obniżeniu pozycji kwantyla i wprowadzeniu bardziej konserwatywnej miary, wartość wymogu kapitałowego przy rozkładach gruboogonowych powinna być wyższa. Horyzont jest zróżnicowany – od 10 dni do 120 dni w zależności od klasy aktywów i ich płynności.

3.4 Pozostałe parametryzacje kwantyli

W dokumencie CRR (EU, CRR, 2013) statystyczne parametry bezpieczeństwa zostały sformułowane jeszcze w kilku miejscach. W załączniku A wylistowane są, pojawiające się w tym dokumencie, parametryzacje kwantyli dla innych, pomniejszych ryzyk; a także status tych zapisów po reformie CRR III (EU, CRR III, 2024).

Najczęściej wybieranym poziomem ufności jest 99%. Nigdzie nie sformułowano interpretacji czasowej kwantyli.

3.5 Standardy bezpieczeństwa dla modeli kapitału wewnętrznego

Modele kapitału wewnętrznego stanowią uzupełnienie koncepcji architektury bezpieczeństwa. Bank identyfikuje szeroki katalog ryzyk, jako dopełnienie dla tych zdefiniowanych w filarze I, i dla nich określa wartość kapitałów zabezpieczających. Dla ryzyk zdefiniowanych w filarze I (kredytowe, operacyjne, rynkowe) również tworzone są modele kapitału wewnętrznego. Modele te pełnią często funkcję porównawczą dla tych z filaru I. Pozwalają zestawić wyniki modeli opisujących to samo zjawisko, lecz zbudowanych różnymi metodami.

Nadzorca nie zdefiniował twardych reguł dotyczących parametru bezpieczeństwa dla tej klasy modeli. Problem interpretacji kwantyla dla modeli kapitału wewnętrznego jednak istnieje. Te modele również podlegają ocenie poprawności ich działania. Parametry skrajności w tych modelach najczęściej zaś, są ustawione na poziomach identycznych, czasem wyższych, jak dla modeli w warstwie regulacyjnej. Tym samym trudności interpretacyjne kwantyla 0.999 są przetransferowane również na te klasę modeli.

3.6 Podsumowanie parametryzacji systemu bezpieczeństwa

Analiza powyższych zapisów wskazuje na wyśrodkowanie architektury bezpieczeństwa finansowego na parametrze sformułowanym jako poziom ufności, wyrażonym jako kwantyl rozkładu. Dla poszczególnych typów ryzyk sformułowano odpowiednie poziomy bezpieczeństwa: 0.999 dla ryzyka kredytowego i operacyjnego oraz 0.99 dla ryzyka rynkowego, a także odpowiadające im horyzonty czasowe. Co ważne, pomimo oczywistej istotności tych parametrów systemu, nie zostały one umieszczone w centralnym miejscu opisanej w regulacjach architektury bezpieczeństwa. Kwantyl

0.999 został zaszyty w formule obliczeniowej IRB, nie jest skomentowany ani uzasadniony. Poziom bezpieczeństwa dla ryzyka operacyjnego został natomiast wprost przetransferowany z przestrzeni ryzyka kredytowego, nie znajdujemy w przepisach osobnych wyjaśnień dla takiego poziomu skrajności.

W głównych dokumentach nadzorczych nie sformułowano interpretacji czasowej dla przyjętych poziomów bezpieczeństwa. W kolejnym rozdziale, w poszukiwaniu tych rozpowszechnionych przecież definicji czasowych, prześledzimy dokumenty nadzorcze niższego rzędu.

4 Interpretacja czasowa dalekich kwantyli – 0.999 jako 1 raz na 1000 lat

W niniejszym rozdziale zajmiemy się interpretacją zdefiniowanych w dokumentach nadzorczych parametrów bezpieczeństwa: skrajnego kwantyla rozkładu oraz uzupełniającego te koncepcję pojęcia horyzontu czasowego. Ograniczymy się jednak do ryzyk: kredytowego i operacyjnego, gdzie kwantyl został określony na poziomie 0.999, a za horyzont przyjęto okres roczny. Tu, na tym polu, pojawiła się właśnie definicja zdarzenia 1 raz na 1000 lat, której znaczenie i sens jest przedmiotem tej pracy. Do kwestii poziomów bezpieczeństwa dla ryzyka rynkowego będziemy jednak dość często wracać. Jak się okaże, będzie to niezbędne dla przeprowadzenia analizy, której przedmiotem jest sposób, w jaki definicja temporalna kwantyla 0.999 się uformowała.

4.1 1 raz na 1000 lat w ryzyku kredytowym

Jak wykazano powyżej, regulator, w fundamentalnych przepisach nadzorczych nie sformułował interpretacji czasowej podstawowego parametru systemu, a więc kwantyla modeli ryzyka. Jedyne zapisy, które można tam odnaleźć to definicje w postaci wartości kwantyla: 0.999. Taka czasowa interpretacja, w stosunku do modelu IRB, pojawia się natomiast w dokumencie niższego rzędu, wytycznych (BIS, BCBS 2005):

> The confidence level is fixed at 99.9%, i.e. an institution is expected to suffer losses that exceed its level of tier 1 and tier 2 capital on average once in a thousand years. […] The confidence level is included into the Basel risk weight formulas […]

Nadzorca wyjaśnia, że kwantyl 0.999 w modelu ryzyka kredytowego został zaszyty bezpośrednio w formule na wyznaczenie wag ryzyka. Co najważniejsze jednak, w kontekście prowadzonej tu myśli, dokument wprost wskazuje interpretację odczytu kwantyla 0.999, jako 1 raz na 1000 lat. Nie uzasadnia jednak tego w żaden sposób. Co prawda w dokumencie znajdują się, mające charakter ogólny, zapisy sugerujące przetransferowanie mapy pojęciowej, na której analizowane jest

ryzyko kredytowe, na oś czasu[11]; jednak i ten transfer nie jest dostatecznie wyjaśniony, zaś pojęcie zdarzenia 1000-letniego w ogóle z tego nie wynika.

4.2 Interpretacja czasowa kwantyla 0.999 w ryzyku operacyjnym

Jak wcześniej napisano, poziom skrajności określany przez kwantyl modelu, a więc poziom bezpieczeństwa systemowego dla ryzyka operacyjnego, został określony przez nadzorcę poprzez odwołanie do parametryzacji zdefiniowanej w obszarze ryzyka kredytowego. Interpretacja temporalna kwantyla 0.999 dla modeli ryzyka operacyjnego (AMA) pojawia się natomiast w dokumencie niższego rzędu, wytycznych (BIS, BCBS, 2011): "Just in limited cases, for example when the biggest data point is demonstrated to be larger or equal in amount to the event that occurs less than once in 1000 years […]"

W ryzyku operacyjnym, naśladując interpretacje wypracowane w obszarze ryzyka kredytowego, przyjęto zatem taki sam sposób zdefiniowania skrajności, jako wydarzenie nie częstsze niż 1 raz na 1000 lat. Co ważne, i tu nie przedstawiono rozumowania dla takiego podejścia, nie uzasadniono takiej interpretacji kwantyla.

4.3 Odpowiedź regulatora: kwantyl 0.999 to 1 raz na 1000 lat

Jak widać, nadzorca w różnych miejscach systemu bezpieczeństwa umieścił kluczowe parametry tego systemu - poziomy skrajności: 0.999 dla ryzyka kredytowego i operacyjnego. W stosunku do wagi tych parametrów, sposób ich umiejscowienia, w szczególności w ryzyku kredytowym i frameworku IRB, gdzie nieskomentowany parametr zaszyty jest w formule obliczeniowej, wydaje się co najmniej kłopotliwy. Co się zaś tyczy interpretacji, w szczególności tej dotyczącej kwantyla 0.999, regulator sformułował odpowiedź: tak, zarówno w ryzyku kredytowym, jak i operacyjnym poszukujemy zdarzenia kryzysowego 1000-letniego. To jest poziom skrajności, na jaki się chcemy przygotować, na takie zdarzenie powinniśmy mieć przygotowany kapitał.

Podsumowanie opisanych powyżej zapisów odnoszących się do sposobu kalibracji podstawowych parametrów bezpieczeństwa systemu - zapisów Bazylei II, sformalizowanych prawnie przez pakiet CRR (EU, CRR, 2013) i ich modyfikacji w CRR III (EU, CRR III, 2024) - można odnaleźć w załączniku B.

Odpowiedzi uzyskane od regulatora w żadnym stopniu nie przyczyniają się jednak do rozwiązania kłopotów z oceną poprawności wyznaczonych przez model wartości kapitałowych, o których mowa w rozdziale 2.5 niniejszej pracy. Wciąż nie wiemy jak, na poziomie operacyjnym, w realnym stosowaniu modeli ryzyka, które stanowią przecież podstawowe ogniowo antykryzysowe w skonstruowanym przez regulatora systemie bezpieczeństwa; zweryfikować czy model poprawnie wyznaczył kapitał i czy kapitał ten przystaje do rzeczywistości w jakiej bank funkcjonuje. Prostota odpowiedzi zamieszczonych w dokumentach regulacyjnych wydaje się wręcz dziwna w stosunku

[11] Dokument zostanie przywołany ponownie w tym kontekście w dalszej części tekstu.

do skali trudności zagadnienia, jakie te odpowiedzi generują. Regulator nie zdecydował się jednak, przynajmniej w głównych dokumentach, gdzie takich odpowiedzi powinniśmy się spodziewać, na wyjaśnienie stosowania takich właśnie definicji.

Pozostaje, całkiem zasadna jak się wydaje, wątpliwość: czy naprawdę model ryzyka powinien zabezpieczać bank przed 1000-letnim zdarzeniem? Nierozwiane wątpliwości kierują nas do weryfikacji tej interpretacji w zbiorach wiedzy akademickiej.

4.4 Powszechna interpretacja kwantyla 0.999 jako 1 raz na 1000 lat

Definicja nadzorcza kwantyla 0.999 oraz jego czasowa interpretacja została zaadoptowana do sektora finansowego. Debata, którą można odnaleźć w dokumentach nadzorczych, oraz opracowaniach akademickich, toczy się w duchu przyjętego już paradygmatu, a nie próby jego podważania lub przynajmniej wyjaśnienia. Na przykład EBA (2021) zauważa wyższy, niż przyjęło się stosować, rygor konserwatyzmu określony przez regulatora: "Usually, the standard confidence level for VaR is set to 99% or 99.5% but in BCBS (2005) it is stated that the confidence level is set to 99.9% […]". Nie kwestionuje jednak tego standardu, ani nie komentuje stosowanych w stosunku do niego interpretacji czasowych.

Jorion (2007) w swoim opracowaniu, stanowiącym jeden ze standardów sektorowych, powtarza - nie komentując jej - definicję nadzorczą wraz z jej temporalną interpretacją, i dalej prowadzi nas przez zagadnienia związane z zarządzaniem ryzykiem kredytowym w duchu tej interpretacji:

> The Basel Committee requires banks to hold sufficient tier 1 and tier 2 capital to cover unexpected losses over a 1-year horizon at the 99.9 percent confidence level. This seems very conservative. It means that a bank would fail, on average, once in a thousand years.

Formuła 1 raz na 1000 lat jest tu podana jako oczywista interpretacja kwantyla 0.999, nie wymagającą komentarza.

Autor komentuje również poziom ufności 99% przyjęty dla ryzyka rynkowego, wskazując na pewną przypadkowość takiej właśnie kalibracji, na poziomie 0.99. Nie znajduje uzasadnienia dla przyjęcia takiego poziomu kwantyla jako zabezpieczenia przed skrajnymi wydarzeniami (EBA, 2021):

> For example, Jorion (2007) states that 99% confidence level has become a standard choice in the industry. Nobody knows what the empirical motivations of this choice are, but almost everyone is confident that this value may protect against extreme, as well as unexpected, loss events.

Wątpliwości tu wyrażone prowokują do zadania innego pytania, odnoszącego się do zasadności uznania skrajności 0.999, jako tej adekwatnej. Kwestia ta powróci jeszcze w dalszej części niniejszego artykułu.

W jeszcze innym fragmencie, Jorion (2007), osadzając się na gruncie tych samych pojęć, kwestionuje zdolność metod statystycznych do szacowania poziomów skrajnych zjawisk: "The most powerful statistical techniques cannot make short histories reveal once-in-a-lifetime events." Znów powtórzona zostaje interpretacja temporalna zastosowaną przez nadzorcę. Tym razem w wersji mniej skonkretyzowanej – once-in-a-lifetime-events.

Hull (2018) w swoim podręczniku w odniesieniu do kwantyla 99.9% w metodzie IRB pisze:

> Kapitał określony równaniem EAD x LGD x (WCDR[12] – PD) x MA[13] powinien wystarczyć na pokrycie nieoczekiwanych strat w wysokości, jaka w ciągu najbliższego roku z 99.9-procentowym prawdopodobieństwem nie powinna zostać przekroczona. WCDR oznacza prawdopodobieństwo niespłacenia zobowiązań w takiej wysokości, jaka (teoretycznie) przydarza się raz na tysiąc lat.

I tu widzimy zatem interpretację 1 raz na 1000 lat.

Genest i Brie (2013) analizują IRB risk weight function w oparciu o to samo fundamentalne założenie: "That's why the confidence level is set at 99.9%. It means a bank can have losses that exceed its tier 1 and tier 2 capital on average once in a thousand years.".

Milonas i van Vuuren (2024) analizując różnicę w modelach: empirycznym i modelu Vasicka posługują się interpretacją kwantyla również umiejscowioną na osi czasu: "[…] a confidence level of 99.9% is sufficient since losses that exceed the ULs are predicted to occur only every 1000 years because the PDs used are annual PDs."

Danielsson (2000) w swojej obszernej krytyce regulacyjnych podstaw systemu bezpieczeństwa finansowego również nie kwestionuje interpretacji czasowej kwantyla – w tym przypadku odnosi się to do ryzyka rynkowego, kwantyla 0.99 i jego interpretacji jako zdarzenia 100-dniowego: „[…] model forecast is -7.5% at the 99% level or an event once every 100 days.". Jeszcze wyraźniej autor stosuje interpretacje czasową – znów dla ryzyka rynkowego - w publikacji (Danielsson, 2003):

> The largest one day drop is in 1987 which is 20 standard errors (sigmas) from the mean. Under the normal distribution a 20 sigma event occurs every 4×10^{88} days. In contrast, the earth is estimated to be about 10^{14} days old, and the universe 10^{17} days old. Similarly, a 5 sigma event under the normal distribution happens once every 3 $\times10^{6}$ days or once in 10,000 years. The data sample contains about 30 5 sigma events since years. Similar results apply to other financial data.

Dalej zaś, autor potwierdza stosowanie takich, osadzonych na osi czasu, interpretacji:

> However, the fact remains that a financial institution violating its 99% VaR has little bearing on its overall stability. Indeed, it is the extreme risk levels, the once a year event, or the once a decade event, that are relevant from a systemic risk point of view.

[12] Pojęcie WCDR pojawiło się już wcześniej. Oznacza stopę niespłacalności w najgorszym scenariuszu.
[13] MA oznacza korektę terminu zapadalności. Wzór na te korektę został określony w (EU, CRR, 2013).

Odnosząc się do podobnego problemu, o którym pisze Danielsson, przywołany już wcześniej Jorion, używając tego samego temporalnego aparatu pojęciowego, pisze w taki sposób (Jorion, 2007):

> [...] VAR estimate will occur about 1 percent of the time, on average, or once every 4 years. It would be unthinkable for regulators to allow major banks to fail so often. This explains the multiplicative factor k=3, which should provide near-absolute insurance against bankruptcy.

Reinhart i Rogoff (2009) w swojej pracy dotyczącej historycznej analizy kryzysów finansowych również posługują się interpretacją temporalną, przy okazji odwołując się do świata hydrologii i pojęcia powodzi „stuletniej" piszą tak:

> An event that was rare in the twenty-five-years span may not be all that rare when placed in a longer historical context. After all, a researcher stands only a one-in-four chance of observing a "hundred-year flood" in twenty-five years' worth of data. To even begin to think about such events, one needs to compile data for several centuries.

Laubsch i Ulmer (1999) w swoim Risk Management Guide, znów w oparciu o tę samą mapę pojęciową, wskazują na praktyczną niestosowalność miary VaR na kwantylu 99.9% dla ryzyka rynkowego.[14] Dla 1-dniowego horyzontu podważają wiarygodność definicji zdarzeń na kwantylu 0.999, czyli takich, których materializacja odbędzie się średnio raz na 4 lata:

> A 99.9% VaR will not be understood as well or taken as seriously by risk takers and managers because losses will rarely exceed that level (we expect a loss of that magnitude to occur about once in four years).

Widzimy tu po pierwsze znów interpretację czasową kwantyla, po drugie zaś, zakwestionowana zostaje możliwość wypowiadania się na temat przyszłości i prawdopodobieństw w perspektywie zaledwie 4 letniej. Jest to ciekawe, gdy zestawimy to z ambicją przyłożenia kwantyla 0.999 do horyzontu rocznego, co zmienia przywołane to zdarzenie 4-letnie (lub inaczej 1000-dniowe) na zdarzenie 1000-letnie.

Z kolei Kiema i Jokivoulle (2013) zauważają nieadekwatność kalibracji sytuacji nieoczekiwanej na poziomie kwantyla 99.9% w odniesieniu do ryzyka kredytowego (metoda IRB). Nie jednak ze względu na poziom tego kwantyla i jego interpretację. Zwracają oni uwagę, na różnicę w jakości kapitału zabezpieczającego w relacji do kwantyla, który miały te różne typy kapitałów zabezpieczać. Kapitały według Kiema i Jokivoulle dzielą się bowiem ze względu na swoją zdolność absorpcji strat. Bank posiadający wysokiej jakości aktywa mógł rzeczywiście osiągnąć poziom bezpieczeństwa 0.999, tam jednak gdzie aktywa były niższej jakości, poziom bezpieczeństwa mógł spaść nawet do 0.95, co oznacza przekroczenie kapitałów zabezpieczających średnio co 20 lat. Autorzy nie kwestionują zatem formuły statystycznej i interpretacji kwantyla. Wręcz przeciwnie. Używają

[14] W 1999 roku nie istniały jeszcze standardy regulacyjne w odniesieniu do ryzyka kredytowego i operacyjnego. Nie istniało zagadnienie kwantyla 0.999. W pracy (Laubsch i Ulmer, 1999) rozważany jest wariant wyższego konserwatyzmu (właśnie 99.9%) dla ryzyka rynkowego.

w swojej argumentacji pojęcia 1 raz na 1000 lat, czy też 1 raz na 20 lat, jako dozwolonej i poprawnej interpretacji kwantyli.

4.5 A więc wszystko jasne: kwantyl 0.999 to zdarzenie 1000-letnie

Po analizie prac akademików oraz podręczników zarządzania ryzykiem wszystko wydaje się jasne. Tak, kwantyl 0.999 to zdarzenie 1 raz na 1000 lat. Interpretacja nadzorcza nigdzie nie została podważona, ani nawet skomentowana. Reforma przepisów, Basel III Endgame (BIS, BCBS, 2017), również nie odniosła się do kwestii znaczenia i kalibracji parametru bezpieczeństwa – kwantyla 0.999. Po wdrożeniu CRR III w 2024 roku (EU, CRR III, 2024) system finansowy wciąż funkcjonuje w ramach tej samej, zbudowanej w 2004 roku mapy pojęciowej. Należy zatem uznać, że formuła zdarzenia 1 raz na 1000 lat, lub inaczej kryzysu 1000-letniego to trwały element tego krajobrazu, doskonale znany, oswojony i łatwy w interpretacji.

Gdy jednak wrócimy do przedstawionego w rozdziale 2.5 procesu myślowego, którego celem było przeprowadzenie weryfikacji zgodności modelu z rzeczywistością – jedynego narzędzia, które dla tej klasy można zastosować; wciąż pozostaniemy z problemem, którego nie sposób rozwiązać:

→ *Wyobraźmy sobie takie zdarzenie 1000-letnie, zastanówmy się jaki ma kształt i przebieg oraz jaką skalę materialną może przyjąć* → *Teraz porównajmy to wyobrażone zdarzenie z buforem kapitałowym wyznaczonym przez model (na kwantylu 0.999), który przed takim zdarzeniem nas zabezpiecza.* → *Jeśli kapitał pokrywa skalę materialną zdarzenia 1000-letniego – jesteśmy bezpieczni.*

4.6 Jak wyobrazić sobie zdarzenie 1000-letnie?

Jak zatem osadzić model w realiach rzeczywistości? Jak umiejscowić w rzeczywistości zdarzenie 1000-letnie, obiekt, który, jak wskazują regulacje oraz opracowania akademickie, należy zestawić z wynikiem modelu kapitałów na kwantylu 0.999; po to, żeby zweryfikować poprawność wyników modelu na mapie realnie dziejącej się rzeczywistości?

Sformułowania odnalezione w opracowaniach akademickich, odnoszące się do problemu interpretacji kwantyli wskazują, że odpowiedzi na postawione przed chwilą pytania należy poszukać na gruncie dyscypliny, która taki system pojęciowy stworzyła – szeroko rozumianej teorii prawdopodobieństwa, metod statystycznych. Jeśli tak to nasuwa się pytanie, czemu w opracowaniach statystycznych, a w szczególności w podręcznikach do zarządzania ryzykiem finansowym, nie można odnaleźć wyprowadzenia dla tych powszechnie obowiązujących interpretacji. Czy rozsiani po instytucjach finansowych całego świata eksperci ryzyka, nie mają żadnych trudności z wyobrażeniem sobie zdarzenia 1000-letniego i potrafią bez trudu przyłożyć takie zdarzenie do wyniku modelu wewnętrznego na kwantylu 0.999, a następnie dokonać weryfikacji poprawności takiego modelu?

Dotychczas, w toku prowadzonego tu rozumowania, nie uzyskano satysfakcjonujących wyjaśnień dla logik i mechanizmów, które stoją za ukształtowaniem się pojęcia 1000-letniego zdarzenia. Przynajmniej, jak należy przypuszczać, nie ma ich w powszechnie uznanych i łatwo osiągalnych źródłach, zarówno oficjalnych – regulacyjnych, jak i akademickich. Być może należy zatem poszerzyć zakres poszukiwań i objąć nim inne obszary, w których podobne definicje mogą funkcjonować.

5 Świat natury – modelowanie katastrof

5.1 Statystyka w walce z żywiołem – dyke project

W pracy Embrechts, Klüppelberg i Mikosch (1997) jest przedstawiony przykład, który według autorów dał decydujący impuls dla rozwoju statystycznych metod pomiaru zdarzeń ekstremalnych. Chodzi tu o projekt konstrukcji wałów ochronnych w Holandii (dyke project), który został powołany po katastrofalnej w skutkach powodzi w holenderskich prowincjach Holland i Zeeland, która miała miejsce 1 lutego 1953 roku.[15] To właśnie analizy statystyczne wniosły istotny wkład dla określenia wysokości wałów, które miały chronić przeciw przyszłym zdarzeniom ekstremalnym, w tym przypadku ekstremalnym poziomom wody. Tu, podobnie jak w przypadku kapitałów, występuje problem z adekwatną kalibracją wysokości bariery zabezpieczającej. Zbyt niskie wały to ryzyko powodzi i ogromnych zniszczeń. Zbyt wysokie wały to brak racjonalności ekonomicznej, to przecież bardzo kosztowny projekt. Nie bez znaczenia, jak należy przypuszczać, są również względy estetyczne, wygląd wybrzeża, na którym takie wały się stawia. Ten akurat problem, w przypadku wyznaczania barier w świecie finansowych, nie występuje. Kapitał, jak się wydaje, nie posiada właściwości estetycznych.

Problem obliczenia wysokości zapory w ramach dyke project sformułowano na mapie prawdopodobieństwa. Wyznaczenie wysokości wałów sprowadzało się do określenia wartości zmiennej (wysokość fali powodziowej) dla danej, bardzo małej liczby p (gdzieś pomiędzy 0.0001 a 0.001)[16], a więc dla bardzo niskiego prawdopodobieństwa katastrofy. Problem sprowadzał się do wyznaczenia wartości kwantyla rozkładu zmiennej, dla tak określonych, skrajnie niskich prawdopodobieństw. Nie dysponowano jednak wystarczająco długą bazą danych dla określenia takich poziomów metodami empirycznymi. Zmienną wyrażono w jednostkach pomiaru stosowanych przez holenderskie instytucje tym problemem się zajmujące, czyli (N.A.P. + x) metrów[17]. Powódź z 1953 roku została wywołana przez sztorm (N.A.P. + 3,85) m. Historyczne bazy danych wskazywały na

[15] Autorzy odnoszą się do znanej publikacji De Haan'a o prowokacyjnym tytule „Fighting the arch-enemy with mathematics" (De Haan, 1990).

[16] Zapis 0.0001 i 0.001 jest równoznaczny zapisowi 0.9999 i 0.999. To kwestia przyjętej konwencji: czy mówimy o prawdopodobieństwie przekroczenia (np. 0.001), czy prawdopodobieństwie przetrwania (0.999) – przedział ufności. Czasem odczyt kwantyli zależy też od tego co ułożymy na osi zmiennej losowej, czy jest tam tylko strata, czy też mamy tam straty po lewej stronie, a zyski po prawej.

[17] N.A.P. = Normaal Amsterdams Peil, holenderski poziom odniesienia odpowiadający średniemu poziomowi morza.

jedno wydarzenie o wyższej skali. Była to powódź z roku 1570, dla której odnotowano poziom (N.A.P. + 4). Problem więc sprowadzał się do znalezienia odpowiedniej funkcji, która dokona połączenia tych różnych poziomów ekstremów i ustawi je na odpowiednich, dla postaci tej funkcji, kwantylach. Dalej, należało jeszcze określić poziom bezpieczeństwa, a więc określić pozycję kwantyla, a następnie za pomocą wybranej funkcji ekstrapolować poza posiadane dane, aż do miejsca gdzie znajduje się pożądany kwantyl bezpieczeństwa.

W projekcie dyke poziom bezpieczeństwa został określony jako 0.0001, a wartość kwantyla w tym miejscu (a więc wysokość fali ekstremalnej), korzystając z wybranej funkcji wyznaczono jako (N.A.P +5.14) m. W opracowaniu Embrechts, Klüppelberg i Mikosch (1997) zdarzenie na kwantylu 0.0001 zostało nazwane mianem zdarzenia 10 000-letniego: „[…] the one-in-ten-thousand-year surge height is estimated as (N.A.P. +5.14) m.". Taka wysokość wałów miała ochronić Holandię przed powodzią 10 000-letnią. Tymczasem, jedyne czym dysponowano to zdarzenie 382-letnie („[…] in the above language one would speak about a 382-year-event.")[18]. Autorzy zwracają uwagę na dwie kłopotliwe kwestie wyłaniające się przy próbie statystycznego zamodelowania tak sformułowanego problemu: (i) problem ze znalezieniem wiarygodnych estymatorów dla tak wysokich kwantyli; (ii) problem estymacji kwantyli na danych, które w praktyce wykazują zależność, niestacjonarność; lub (iii) obie te cechy.[19]

W niniejszej pracy środek ciężkości jest jednak ustawiony w innym miejscu. Przede wszystkim kwestią wymagającą rozstrzygnięcia będzie zasadność stosowania definicji czasowych kwantyli. A więc dlaczego kwantyl 0.0001 to zdarzenie 1 raz na 10 000 lat?

5.2 Rozwój metod pomiaru ryzyk katastrofalnych w hydrologii

W przestrzeni publicznej funkcjonują pojęcia powodzi stulecia, suszy stulecia, czy też zimy stulecia. Czasami, raczej rzadko, pojawiają się odniesienia do okresu tysiącletniego. W ekonomii najczęściej pojawia się określenie kryzys stulecia. To powszechnie stosowane określenie wywodzi się od pojęcia *okres powrotu* i jak piszą Volpi i in. (2015) jest szeroko wykorzystywane w hydrologii, ale także innych dyscyplinach, takich jak sejsmologia, oceanografia, czy geologia. Definicja ta ma już ponad stuletnią historię i na przestrzeni tego czasu w środowiskach naukowych, w szczególności w dziedzinie hydrologii, odbyła się intensywna debata odnosząca się do jej fundamentalnych cech i interpretacji. Z czasem wypracowano również kolejne modyfikacje tego pojęcia oraz kolejne, doskonalsze narzędzia służącej prawidłowej ocenie ryzyk katastrofalnych i ich lepszej, bardziej zrozumiałej komunikacji.

[18] Różnica pomiędzy datami zdarzeń ekstremalnych: 1953, 1570.

[19] Autorzy wskazują również na literaturę, która nie tylko stanowi szerokie studium przypadków zdarzeń katastrofalnych w różnych domenach rzeczywistości, ale jednocześnie do tych problemów mechaniki statystycznej się odnoszących, m.in. pracę Smitha na temat rzeki Nidd, pracę Rootzén i Tajvidi, publikację Resnick, oraz pracę Smith (zob. Embrechts, Klüppelberg i Mikosch, 1997, s. 289-290).

5.3 Pierwsza definicja okresu powrotu

Pojęcie okresu powrotu zostało sformułowane na gruncie hydrologii. Wprowadził je w roku 1914 Fuller (1914), który prowadził statystyczne analizy częstości powodzi w USA. Pojęcie to cieszyło się dużą popularnością głównie dlatego, że było prostym narzędziem statystycznym zaczerpniętym z praktyki inżynierskiej. Na przykład, inżynierowie pracujący nad kontrolą powodzi interesowali się oczekiwanym odstępem czasu, w którym mogło wystąpić zdarzenie o danej magnitudzie, co odpowiadało podstawowej definicji okresu powrotu.

Fuller wyprowadził równanie (Dawdy, Griffis i Gupta, 2012):

$$Q_T = CA^{0.8}[1 + 0.8Log_{10}(T)](1 + 2A^{-0.3})$$

za pomocą którego, korzystając z danych o powierzchni zlewni (A) i przyjmując współczynnik regionalny C (stała), a także określając horyzont badania T (okres powrotu), wyliczył przepływ maksymalny Q_T dla określonego okresu powrotu. Zwiększanie T jest równoznaczne ze zwiększaniem rzadkości, a więc dla większego T (wydarzenia rzadszego) będziemy spodziewać się większego przepływu Q_T (większej powodzi). Zauważmy, że równanie to ma charakter deterministyczny. Za pomocą podanych parametrów wyznaczany jest poziom przepływu, bez założenia o losowości tego zjawiska. Nie ma więc tu również odniesienia do kwantyli rozkładu.

To deterministyczne równanie Fullera jest powszechnie uważane za źródło interpretacji okresu powrotu jako: czas T do wystąpienia T-letniego zdarzenia, co może oznaczać np. 100 lat do wystąpienia 100-letniej powodzi.[20]

5.4 Wprowadzenie metod probabilistycznych

Zastosowanie przez Hazena (1914), w ramach dyskusji nad pracą Fullera, pojęcia tzw. probability paper zmieniło perspektywę badaczy. Hazen zaproponował podejście graficzne do analizy danych powodziowych. Zaproponował wykreślanie wartości maksymalnych przepływów na skali logarytmicznej, co de facto oznaczało użycie rozkładu lognormal. Jednocześnie, w środowisku badaczy trwały dyskusje dotyczące problemu wybory rozkładu teoretycznego, który adekwatnie opisywałby zmienną Q_T, odnoszącą się do zjawiska przepływu wody.

5.5 Predefiniowany rozkład teoretyczny zjawiska (LP3, EVT)

[20] Warto dodać, że na przestrzeni czasu upowszechniły się dwa sposoby definiowania okresu powrotu. Pierwsza definicja, bezwarunkowego okresu powrotu, wskazuje czas do pierwszego zdarzenia ekstremalnego, czyli takiego, którego skala przekroczy pewien ustalony próg. Druga, warunkowy okres powrotu, wskazuje na czas pomiędzy dwoma wydarzeniami ekstremalnymi, jednym, które właśnie wystąpiło i należy już do przeszłości, i drugim, w przyszłości. Obydwie definicje można uznać za równie uprawnione dla potrzeb mierzenia okresu powrotu. W praktyce, pierwsza z nich używana jest znacznie częściej (Read i Vogel, 2015). Ta właśnie definicja będzie używana w niniejszym opracowaniu.

Sam Hazen później zakwestionował wybór rozkładu lognormal na rzecz rozkładu trzy-parametrycznego, uwzględniającego możliwość, zaobserwowaną przez niego empirycznie, wystąpienia skośności na danych zlogarytmowanych. Następnie w 1924 roku Foster (1924) zaproponował użycie rozkładu Pearsona typu III, jako najlepszego reprezentanta zjawiska maksymalnych przepływów. Jednak później rozkład ten skorygowano do postaci log-Pearson typu III, utrzymując założenie o logarytmicznym rozkładzie maksimów przepływów. Jego przewaga nad wcześniej rozważanym rozkładem lognormal brała się z jego większej elastyczności i możliwości modelowania skośności nawet na logarytmach danych (czyli tam gdzie rozkład lognormal był symetryczny). Mniej więcej w tym samym czasie rozwijała się również Teoria Wartości Ekstremalnych (Fisher i Tippett, 1928), która wprowadziła trzy typy rozkładów wartości ekstremalnej: typ I – Gumbel, typ II – Fréchet, typ III – Weibull.

Ostatecznie, w roku 1967, w Stanach Zjednoczonych ujednolicono podejście do modelowania częstości powodzi. Rozkład log-Pearson typ III stał się obowiązującym standardem. Od tej pory oficjalnie stosowano wystandaryzowane metody statystyczne do opisu i przewidywania katastrof hydrologicznych, oraz do formułowania adekwatnych koncepcji zabezpieczeń przed nimi. W 1996 roku Vogel i Wilson (1996) dokonali przeglądu najczęściej używanych rozkładów teoretycznych w modelowaniu częstości powodzi w Stanach Zjednoczonych. Na liście znalazły się trzy najpowszechniej stosowane: Generalized Extreme Value (GEV), log Pearson typ III (LP3), a także trzy-parametryczny rozkład lognormal (LN3).

5.6 Metoda opisu – block maxima

Najistotniejszym elementem koncepcji, która zdominowała obszar modelowania zjawisk przepływu w hydrologii, jest metoda block maxima. Trzeba zauważyć, że Fuller, Hazen i kolejni badacze przyjęli pewne podejście do obserwowanego zjawiska przepływu. Pomimo dysponowania danymi o stosunkowo dużej gęstości, granulacji, danymi dziennymi lub może nawet danymi godzinnymi; badacze zdecydowali się na pewną redukcję poznawczą. Z dostępnego zbioru danych wybrali pojedyncze wystąpienia i te właśnie pojedyncze obserwacje stały się przedmiotem modelowania. Te pojedyncze obserwacje to roczne maksima przepływów.

Fundament dla takiego rozumowania leży w założeniu o powtarzalności procesów w pewnych zamkniętych cyklach. W przypadku zdarzeń zachodzących w przyrodzie, takim naturalnym cyklem jest rok. Należy się zatem spodziewać, że w ciągu roku występuje moment nasilenia zjawiska i wtedy waśnie odnotujemy jego maksimum dla tego okresu. Takie spojrzenie na problematykę modelowania ekstremów zostało również przyjęte przez Fisher i Tippett (1928) oraz Gumbel (1941) w przy formułowaniu powszechnie znanej Teorii Wartości Ekstremalnych (EVT I). Przyjęcie takiego podejścia umożliwia naturalne przejście z częstości rozumianej jako 1 rzadkie wydarzenie na n innych (zwyczajnych, nierzadkich) wydarzeń – tak jak rozumie się prawdopodobieństwo w kombinatoryce; na oś czasu, gdzie rzadkość pojmowana jest jako 1 raz na n lat, a więc 1 raz na n okresów (gdzie z każdego okresu odczytujemy jedno roczne maksimum). Zdarzenie rzadkie na takim rozkładzie to jedno ekstremalne maksimum z n maksimów (n lat).

Widać zatem, że przyjęcie rocznych maksimów jako modelowanej obserwacji podsuwa intuicyjną interpretację kwantyla 0.99 takiego rozkładu maksimów, jako częstość rozumianą: 1 raz na 100 lat obserwacji rocznych maksimów, a więc 1 raz na 100 lat. Jest to interpretacja temporalna (czasowa) kwantyla, która upowszechniła się w postaci pojęcia zdarzenia T-letniego. Do dziś modele LP3, wykorzystywane w Stanach zjednoczonych jako standard w modelowaniu częstości powodzi, oparte są o modelowanie rocznych maksimów (zgodnie z założeniami EVT[21]), a więc przy pomocy pojęcia rzadkości ujmowanego na osi czasu. England i in. (2019) potwierdzają powszechność stosowania wyżej wymienionej metody:

> Flood events can be analyzed using either annual maximum series (AMS) or partial-duration series (PDS). The annual maximum flood series is based on the instantaneous maximum flood peak for each year.

Zauważmy, że England i in. (2019) wskazują również na metodę alternatywną - Partial-Duriation Series, znaną również pod inną nazwą, jako Peaks Over Threshold (POT)[22]. W tej metodzie przedmiotem modelowania jest szerszy zbiór danych, nie tylko maksima, ale wszystkie wartości powyżej arbitralnie ustawionym progiem u. Co wydaje się oczywiste, interpretacja czasowa kwantyla 0.999, jako zdarzenia 100-letniego, nie będzie przy stosowaniu tej formuły już tak oczywista. Metoda POT, ze względu na rzadkość jej stosowania w świecie finansów, a tego właśnie świata przede wszystkim dotyczy niniejsza publikacja, nie będzie już w dalszej części tego artykułu przypominana.

5.7 Podstawowe definicje opisu zdarzeń ekstremalnych

W poniższych sekcjach zostaną przedstawione podstawowe pojęcia i definicje, wypracowane w obszarze hydrologii na przestrzeni ostatniego stulecia i wykorzystywane do opisu zdarzeń ekstremalnych. W sposób kompleksowy zagadnienie jest opisane w pracy Stedinger, Vogel i Foufoula-Georgiou (1993).

5.7.1 Prawdopodobieństwo przekroczenia – podstawowa definicja

Jeśli przyjmiemy, że badane zjawisko (np. przepływ wody), czyli zmienna X, jest przedstawione jako rozkład rocznych maksimów przepływu, to daleki kwantyl takiego rozkładu, oznaczony jako p, możemy zapisać jako wartość dystrybuanty $F_X(x_p) = p$. Z tego wynika definicja *prawdopodobieństwa przekroczenia*:

$$P(X > x_p) = 1 - p$$

[21] Nie ma tu pełnej zgodności z I Teorią Wartości Ekstremalnych. Rozkład LP3 nie jest przecież rozkładem granicznym EVT. Jest za to zgodność założeń – stosowana metoda block maxima.

[22] Metoda POT to fundament II Teorii Wartości Ekstremalnej (Balkema i de Haan, 1974; Pickands, 1975).

co należy interpretować jako 1 - p szansę na przekroczenie wartości x_p. Dla kwantyla $p = 0.99$ mówimy o zdarzeniu z $1 - p = 0.01$ prawdopodobieństwem przekroczenia wartości x_p znajdującej się w tym punkcie rozkładu, czyli na kwantylu p.

Powyższa definicja to podstawowy, wynikający z praw probabilistyki, sposób opisu wartości na zmiennej losowej. Nie jest to definicja temporalna, nie odnosi się do czasu. Prawdopodobieństwo zachodzi tu i teraz, jako szansa realizacji przekroczenia wartości progowej w pojedynczej realizacji zmiennej losowej.

5.7.2 Okres powrotu

Dla zdarzenia x_p okres powrotu to:

$$T = \frac{1}{1-p}$$

Oznacza to, że dla danych o rocznych maksimach przepływów, zdarzenie, które ma szanse w dowolnym roku przekroczyć pewną wartość zmiennej X (zmiennej opisującej poziom przepływu), wartość x_p (a więc wartość na kwantylu p), z prawdopodobieństwem 1 - $p = 0.01$ (czyli z szansą 1 raz na 100 obserwacji, a te 100 obserwacji to 100 rocznych maksimów) możemy nazwać powodzią 100-letnią (lub ogólnie powodzią T-letnią). Warto podkreślić, że okres powrotu T nie implikuje, że zdarzenie o takim indeksie T-lat (np. zdarzenie 100-letnie) wystąpi dokładnie za T lat (za 100 lat), lecz że każdego roku istnieje prawdopodobieństwo 1/T przekroczenia poziomu powodzi określanej jako powódź T-letnia.

To istotne dla prowadzanej tu myśli. Powódź 100-letnia nie oznacza okresu 100 lat, jaki trzeba poczekać do jej wystąpienia (co sugerowało by pojęcie okresu powrotu jako zdarzenia T-letniego). Oznacza natomiast, szansę na realizację tu i teraz, w pojedynczej realizacji zmiennej losowej, zdarzenia o takiej skali, a więc zdarzenia o skali 100-letniej. Co znaczy tu i teraz? To zależy od przyjętego podejścia lub przyjętego horyzontu czasowego. W metodzie block maksima, tu i teraz oznacza ten konkretny rok i jego maksimum. Poziom 1/T (np. 1/100) oznacza więc szanse na powódź o skali zdarzenia T-letniego (100-letniego) w najbliższym roku – takie zdarzenie to będzie maksimum w tym roku.

Można to zobrazować jeszcze inaczej. Prawdopodobieństwo 1/100, czyli szansa na wystąpienie zdarzenia 100-letniego można by zaobserwować empirycznie, przestrzennie. Gdybyśmy dysponowali taką samą rzeką w liczbie 100, na jednej z nich, w najbliższym roku zaobserwowalibyśmy przekroczenie (byłoby to maksimum roczne na tej rzece), a więc powódź 100-letnią. Na taką właśnie interpretację prawdopodobieństwa przekroczenia i zdarzenia T-letniego pozwala nam podstawowe spojrzenie na prawdopodobieństwo i zmienne losowe.

5.7.3 Oczekiwana liczba przekroczeń i rozkład przekroczeń

Jeśli powołamy teraz do życia zmienną N_T, która jest zbudowana na zmiennej X, a oznacza liczbę przekroczeń wartości x_p, przy prawdopodobieństwie przekroczenia $1 - p$, to dla takiej zmiennej N_T, składającej się ze zbioru pojedynczych zmiennych binarnych (1 - przekroczenie lub 0 - brak przekroczenia w kolejnych latach), możemy wyznaczyć wartość oczekiwaną $\mathbb{E}[N_T]$, a także jej rozkład.

Dla ustalonego okresu powrotu (okres T-letni), gdzie $T = \frac{1}{1-p}$, przy spełnieniu warunków: (i) nie zmienionego rozkładu zjawiska w badanym okresie T (proces generowania powodzi jest w każdym roku taki sam); (ii) niezależności występowania zjawiska (brak zależności powodzi rok po roku); oczekiwana liczba przekroczeń zdarzenia T-letniego dla okresu T równa jest 1, a więc średnio 1 powódź 100-letnia powinna wystąpić w ciągu T=100 lat. Można to zapisać jako:

$$\mathbb{E}[N_T] = T\frac{1}{T} = 1$$

Natomiast rozkład zmiennej N_T, a więc rozkład liczby możliwych przekroczeń w okresie T, można zapisać jako rozkład dwumianowy:

$$N_T \sim Binomial(n = T, p = \frac{1}{T})$$

$$\mathbb{E}[N_T] = n \cdot p = T \cdot \frac{1}{T} = 1$$

lub za pomocą aproksymacji Poissona:

$$N_T \sim Poisson(\lambda = 1)$$

$$\mathbb{E}[N_T] = \lambda = T \cdot \frac{1}{T} = 1$$

Oznacza to, że oczekiwaną liczbą przekroczeń w okresie T jest 1, ale jako, że liczba przekroczeń jest zmienną losową i pochodzi z rozkładu prawdopodobieństwa to liczba przekroczeń może przyjąć różne wartości, np.: 0, 1, 2, 3 itd.

Należy zauważyć, że powyższe wyprowadzenie wynika ze sposobu, w jaki problem został ujęty. Jeżeli pojedyncze przekroczenie wartości progowej x_p to zdarzenie, które może wystąpić z prawdopodobieństwem $1 - p$ (np. 0.01), a do tego zdarzenia możemy sformułować zdarzenie przeciwne (brak przekroczenia) z prawdopodobieństwem p (wartość kwantyla 0.99); to tak przedstawiony problem można zapisać jako rozkład Bernoulliego z prawdopodobieństwami p i $1 - p$. Wtedy, można zapisać klasyczny problem probabilistyczny: liczba sukcesów k w n próbach, czyli liczba

przekroczeń k w n próbach; co jest opisane rozkładem dwumianowym, przy większych próbach rozkładem Poissona, a przy bardzo dużych można to przybliżyć rozkładem normalnym.

Za pojedynczą próbę przyjęto tutaj realizację wydarzeń w ciągu roku, a konkretnie zaobserwowaną w tym rocznym odcinku czasu, rocznym bloku zgodnie z metodą blok maxima, wartość maksymalną zmiennej. Przyjęto zatem definicję czasową pojedynczej próby Bernoulliego, jako zjawiska zachodzącego w pewnym pojemniku czasowym, co dalej umożliwia ułożenie problemu na osi czasu i wnioskowanie na zasadzie 1/100 lat. Kwestia ta będzie jeszcze poruszana w dalszej części artykułu.

Tabela 1 przedstawia prawdopodobieństwa wystąpienia k przekroczeń dla 1 - p=0.01 i T = 100 lat, a także dla 1 - p=0.001 i T=1000 lat odczytane z rozkładu Poissona. Warto zauważyć, że istnieją dokładnie takie same szanse (36.8%) na wystąpienie jednego zdarzenia 100-letniego w okresie T=100 lat, jak i ani jednego zdarzenia 100-letniego w tym okresie. Widać również, że jest 6% szans na wystąpienie 3 zdarzeń 100-letnich w ciągu 100 lat. Podobnie mamy szanse 36.8% nie zaobserwować żadnego zdarzenia 1000-letniego w ciągu 1000 lat, takie same szanse na jedno takie zdarzenie w tym okresie, a także 6% szans na 3 zdarzenia 1000-letnie w okresie 1000 lat.

Tabela 1: Prawdopodobieństwa wystąpienia k przekroczeń dla zdarzenia 100-letniego (w okresie T = 100 lat) i zdarzenia 1000-letniego (w okresie T = 1000 lat)

Liczba przekroczeń	**Okres T=100 Zdarzenie 100-letnie**	**Okres T=1000 Zdarzenie 1000-letnie**
k	Poisson ($\lambda = 1$)	Poisson ($\lambda = 1$)
0	0.3679	0.3679
1	0.3679	0.3679
2	0.1839	0.1839
3	0.0613	0.0613
4	0.0153	0.0153
5	0.0031	0.0031

Źródło: *opracowanie własne*

5.7.4 Czas do pierwszego przekroczenia i oczekiwany okres powrotu

Utrzymując w mocy przyjęte wcześniej założenia dotyczące interpretacji czasowej pojedynczej próby Bernoulliego, przedstawione powyżej rozumowanie można odwrócić i zamiast wyznaczać liczbę przekroczeń w okresie T lat, można wyprowadzić formułę na czas do pierwszego przekroczenia. Należy to rozumieć jako prawdopodobieństwo, że pierwsze przekroczenie na poziomie x_p

zmiennej X wystąpi w roku k. Można to zapisać w następujący sposób, jako rozkład geometryczny[23]:

$$P(K = k) = p^{k-1} \cdot (1 - p)$$

gdzie K= liczba lat (1, 2, 3 itd.) do pierwszego przekroczenia, $p = P(X \leq x_p) = 1 - \frac{1}{T}$ oznacza prawdopodobieństwo braku przekroczenia, zaś $1 - p = P(X > x_p) = \frac{1}{T}$ to prawdopodobieństwo przekroczenia. Wartość oczekiwana takiego rozkładu, a więc *oczekiwany okres powrotu* to:

$$\mathbb{E}[K] = \mathbb{E}[T] = \frac{1}{1 - p}$$

Zestawienie formuł dla oczekiwanej liczby przekroczeń, a także oczekiwanego czasu do pierwszego przekroczenia (oczekiwanego okresu powrotu), dla T=100 i T=1000 przedstawia tabela 2.

Tabela 2: Formuły dla oczekiwanej liczby przekroczeń i oczekiwanego czasu do pierwszego przekroczenia dla zdarzenia 100-letniego (w okresie T = 100 lat) i zdarzenia 1000-letniego (w okresie T = 1000 lat)

	Okres T=100 **Zdarzenie 100-letnie**	**Okres T=1000** **Zdarzenie 1000-letnie**
Wartość oczekiwana liczby przekroczeń w okresie T (Poisson (1))	$\mathbb{E}[N_T] = 100 \cdot 0.01 = 1\ zdarzenie$	$\mathbb{E}[N_T] = 1000 \cdot 0.001 = 1\ zdarzenie$
Wartość oczekiwana czasu do pierwszego przekroczenia (*oczekiwany okres powrotu)* (Rozkład geometryczny)	$\mathbb{E}[K] = \mathbb{E}[T] = \frac{1}{0.01} = 100\ lat$	$\mathbb{E}[K] = \mathbb{E}[T] = \frac{1}{0.001} = 1000\ lat$

Źródło: *opracowanie własne*

Natomiast tabela 3 wskazuje szanse na wystąpienie pierwszego przekroczenia w roku k, a także wartości dystrybuanty rozkładu geometrycznego, a więc szansę na pierwsze przekroczenie w okresie do momentu k. Zaprezentowane są wyniki dla dwóch wariantów: T=100 lat, 1 - p=0.01 (zdarzenie 100-letnie); T=1000 lat, 1 - p=0.001 (zdarzenie 1000-letnie).

[23] W przypadku gdy czas opiszemy na osi ciągłej, rozkład zmiennej t będzie rozkładem wykładniczym.

Tabela 3: Szansa na pierwsze przekroczenie dokładnie w roku k, a także szanse na pierwsze przekroczenie do momentu (roku) k dla zdarzenia 100-letniego (w okresie T = 100 lat) i zdarzenia 1000-letniego (w okresie T = 1000 lat)

	Okres T=100 Zdarzenie 100-letnie			**Okres T=1000 Zdarzenie 1000-letnie**	
k (lata)	P (K=k)	P(K≤k)	k (lata)	P (K=k)	P(K≤k)
1	1.00%	1.00%	1	0.100%	0.10%
2	0.99%	1.99%	2	0.099%	0.19%
5	0.96%	4.90%	5	0.099%	0.49%
10	0.91%	9.56%	10	0.099%	0.99%
20	0.82%	18.21%	20	0.098%	1.98%
50	0.61%	39.50%	50	0.095%	4.87%
69	0.50%	≈50% Mediana	100	0.090%	9.51%
100	0.37%	63.40%	200	0.082%	18.12%
150	0.22%	77.69%	500	0.061%	39.34%
200	0.14%	86.58%	693	0.050%	50% Mediana
300	0.05%	95.02%	1000	0.037%	63.21%
500	0.01%	99.34%	2000	0.013%	86.46%
			5000	0.001%	99.32%
			10000	0.000%	99.99%

Źródło: *opracowanie własne*

Podsumowując, zdarzenie 100-letnie średnio wystąpi raz w ciągu 100 lat, a średni czas oczekiwania na tego typu zdarzenie to 100 lat (tabela 3). Może się jednak wydarzyć tak, że takie zdarzenie 100-letnie nie wystąpi w ogóle w ciągu 100 lat lub wystąpi kilka takich zdarzeń w tym okresie. Pierwsze wystąpienie zdarzenia 100 letniego może wystąpić już po roku (1.00% szans), w ciągu 10 pierwszych lat szansa na wystąpienie takiego zdarzenia to 9.56%, a w ciągu 50 lat jest to 39.5%. Co ciekawe, w ciągu badanego okresu 100 letniego, pierwsze zdarzenie 100-letnie ma tylko 63% szans na pojawienie się. W ciągu 500 lat powinno jednak pojawić się z prawdopodobieństwem 99%. Podobnie należy rozumować w przypadku zdarzenia 1000-letniego obserwowanego w okresie 1000 lat.

5.7.5 Inne metody

Warto krótko przytoczyć jeszcze dwie inne metody dla identyfikacji przekroczeń. Metoda przekroczeń Gumbela wykorzystuje rozkład hipergeometryczny do analizy, ile spośród przyszłych obserwacji przekroczy wybraną wartość progową (np. k-tą statystykę pozycyjną z próby historycznej). Pozwala to oszacować prawdopodobieństwo przekroczenia ustalonego poziomu bezpieczeństwa (np. wysokości tamy) w określonej liczbie przyszłych obserwacji, bez konieczności zakładania konkretnego rozkładu danych — opiera się jedynie na porządku (rangach) obserwacji. Natomiast Analiza rekordów to metoda eksploracyjna badająca, jak często w ciągu kolejnych obserwacji pojawiają się nowe wartości maksymalne (rekordy) oraz w jakich momentach (czasy rekordowe). Korzysta się, stosując te metodę, z własności, że oczekiwana liczba rekordów rośnie jak suma szeregu harmonicznego niezależnie od postaci rozkładu danych (o ile jest ciągły), co czyni ją narzędziem niezależnym od rozkładu zmiennej.

Należy podkreślić, że metody te stosują te same fundamentalne założenia, jak wcześniej wymienione podejścia. Nie ma zatem potrzeby dalszej ich eksploracji. To mapa pojęciowa funkcjonująca na poziomie paradygmatów, a nie techniki wewnątrz tych paradygmatów są esencją tej pracy. W dalszej części będą więc przytaczane jedynie techniki korzystające z pojęcia okresu powrotu, jako głównego aksjomatu w opisie zjawisk ekstremalnych.

6 Świat ryzyka i jego definicje zdarzeń rzadkich

Jak wykazano w poprzedniej części niniejszej pracy, w dziedzinie modelowania katastrof naturalnych, na przestrzeni dziesiątków lat wypracowano pewne narzędzia statystycznego modelowania i interpretacji zdarzeń rzadkich. Przyjęty framework miał wyposażyć zarówno konstruktorów modeli, jak i odbiorców ich wyników w mapę pojęciową, za pomocą której można dokonać odczytu realnego, zaplanowanego i zrozumiałego poziomu bezpieczeństwa systemu.

Jorion (2007), w swoim popularnym podręczniku do zarządzania ryzykiem finansowym, nawiązuje do doświadczeń w modelowaniu katastrof naturalnych. Pisząc o metodzie EVT, w kontekście załamania się wałów morskich w Holandii (1953), porównuje metodę VaR do zabezpieczeń stosowanych w modelowaniu natury: “As with VAR, the goal was to choose the height of the dike system so as to balance the cost of construction against the expected cost of a catastrophic flood.” oraz nawiązuje do system pojęciowego stosowanego w tamtym obszarze modelowania: „Eventually, the dike system was built to withstand a 1250-year storm at a cost of $3 billion.”[24]

Należy zatem przyjąć, że istnieją wspólne fundamenty dla koncepcji rozwijanych niezależnie w tych dwóch różnych obszarach: hydrologii i finansach.

[24] Standardem w projekcie, najważniejszym punktem odniesienia, było zdarzenie 10 000-letnie. Jednak poziomy bezpieczeństwa różniły się w różnych miejscach. Jorion (2007), jak należy przypuszczać, pisząc o zdarzeniu 1250-letnim odnosi się do jednego z takich poziomów regionalnych.

6.1 Value at Risk – przełom w ryzyku

Jorion (2007) zauważa, że rodowód VaR można wywieść z przełomowej pracy Markowitza (1952) dotyczącej doboru portfela inwestycyjnego. Markowitz uważał, że inwestor powinien interesować się ryzykiem, tak samo jak stopą zwrotu i opowiadał się za stosowaniem odchylenia standardowego, miary rozproszenia oczekiwań, jako intuicyjnej miary ryzyka. Dalej Jorion stwierdza, że być może pierwsze wzmianki o miarach ryzyka opartych na poziomie ufności można przypisać Roy (1952), który przedstawił kryterium „bezpieczeństwo przede wszystkim" przy doborze portfela. Opowiadał się on za wyborem portfeli minimalizujących prawdopodobieństwo straty przekraczającej poziom katastroficzny. Z kolei, Baumol (1963) zaproponował kryterium pomiaru ryzyka oparte na dolnej granicy ufności przy pewnym poziomie prawdopodobieństwa.

W 1996 roku J.P.Morgan i Reuters opracowali miarę ryzyka: Value at Risk, która miała służyć pomiarowi ryzyka rynkowego. Przyjmując jako zmienną modelową stopę zwrotu z portfela aktywów, autorzy w dokumencie założycielskim dla koncepcji VaR sformułowali następującą interpretację metody (J.P.Morgan/Reuters, 1996):

> Value-at-Risk is a measure of the maximum potential change in value of a portfolio of financial instruments with a given probability over a pre-set horizon. VaR answers the question: how much can I lose with $x\%$ probability over a given time horizon.

I dalej uzupełniają: "How this change is defined depends on (1) the horizon over which the portfolio's change in value is measured and (2) the "degree of confidence" chosen by the risk manager."

Jest to ściśle probabilistyczna definicja wskazująca na szansę przekroczenia pewnej wartości w ustalonym momencie czasu, zbieżna z podstawową definicją dotyczącą prawdopodobieństwa przekroczenia, przyjętą w modelowaniu katastrof w hydrologii. Autorzy wskazują VaR jako metodę dającą możliwość wyznaczenia wartości strat następnego dnia (przyjęty horyzont) przy określonym poziomie prawdopodobieństwa. Podstawą takiego rozumowania jest założenie o niezależności zmiennych, i znanym i stabilnym rozkładzie stóp zwrotu (przyjęto rozkład normalny), a więc założenie i.i.d.

Warto zauważyć, że w tym miejscu, w dokumencie założycielskim dla metod VaR, szeroko stosowanych w modelowaniu ryzyka i usankcjonowanych przez Bazyleę II, kwantyl odczytywany na rozkładzie nie ma interpretacji czasowej – nie pojawia się pojęcie 1 raz na T okresów.

6.2 VaR jako podstawowa koncepcja w świecie ryzyka

Metoda Value at Risk zrewolucjonizowała podejście do pomiaru poziomu ryzyka i szybko się upowszechniła. Niemal natychmiast metoda została uznana przez regulatora za podstawowe narzędzie do pomiaru ryzyka rynkowego - Market Risk Amendment (BIS, BCBS, 1996). Chwilę później, w 1997 roku, J.P.Morgan opublikował rozwinięcie metody VaR dla ryzyka kredytowego (J.P.Morgan, 1997). W 2004 - Bazylea II (BIS, BCBS, 2004), roku metoda została przyjęta jako podstawowa konstrukcja myślowa dla ryzyk: kredytowego, operacyjnego i rynkowego. Stała się

ona również podstawowym narzędziem wykorzystywanym w szerokim katalogu metod modelarskich stosowanych dla wyznaczania poziomu kapitału wewnętrznego. Świat ryzyk finansowych skupił swoje wysiłki wokół tej metody.

Trzeba jednak zaznaczyć, że implementacja koncepcji Value at Risk do szerokiego katalogu zastosowań w świecie finansów nie odbyła się bez głosów krytycznych, formułowanych przede wszystkim przez środowisko akademickie. Ważny głos zabrali tu Artzner i in. (1999), Danielsson (2000), Danielsson i in. (2001).

6.3 Pojęcie okresu powrotu w finansach

Dysponując metodą Value at Risk, która opisywała problem przekroczenia pewnego poziomu zmiennej i prawdopodobieństwa takiego zdarzenia w sposób niemal identyczny jak dokonano tego w świecie hydrologii; następnym krokiem była adaptacja do świata finansów pojęcia okresu powrotu.

Pojęcie okresu powrotu zaadaptowane do świata finansów można znaleźć w pracy Embrechts, Klüppelberg i Mikosch (1997). Autorzy wyprowadzają dokładnie to samo rozumowanie, które zostało już wyżej przedstawione. Przekroczenia dla ciągu binarnych zmiennych losowych można opisać za pomocą rozkładu dwumianowego – gdy szukamy liczby przekroczeń lub rozkładem geometrycznym gdy interesuje nas czas do pierwszego przekroczenia.

Załóżmy, że (X_i) jest ciągiem niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie i.i.d, z ciągłą dystrybuantą F, i zadanym progiem u, co można obrazowo opisać jako ciąg identycznych zjawisk (np. zjawisk generowania straty), które występują niezależnie i posiadają pewien próg u, oznaczający wartość straty nieakceptowalnej. Ciąg tak zapisanych zmiennych (X_i) można też zapisać, jako ciąg zmiennych binarnych, zmiennych losowych Bernoulliego, o jednakowym rozkładzie i jednakowym prawdopodobieństwie przekroczenia progu u, wynoszącym $1 - p = \bar{F}(u)$. Będzie to ciąg postaci $\left(I_{\{X_i>u\}}\right)$, który przyjmuje tylko dwie wartości:

$$I_{\{X_i>u\}} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli } X_i > u \text{ (przekroczenie progu — "sukces")} \\ 0, & \text{jeśli } X_i \leq u \text{ (brak przekroczenia — "porażka")} \end{cases}$$

Dla takiego ciągu możemy za pomocą rozkładu dwumianowego opisać problem liczby przekroczeń k na n prób. Możemy również zapisać moment pierwszego sukcesu (moment pierwszego przekroczenia) jako:

$$L(u) = \min\{i \geq 1 : X_i > u\}$$

To czytamy zaś jako numer indeksu zmiennej X (zmiennej z ciągu (X_i)), dla której nastąpi pierwsze przekroczenie progu u, lub posługując się pewną umowną, przynajmniej na ten moment opisu, formułą – czas do pierwszego przekroczenia.

7 Umiejscowienie modeli ryzyka na mapie pojęć

Dążąc do rozstrzygnięcia kwestii znaczenia pojęcia zdarzenia typu 1 raz na 1000 lat, w kontekście modeli ryzyka, gdzie takie pojęcie zostało rozpowszechnione; spróbujmy teraz, posługując się przedstawioną przed chwilą mechaniką statystyczną, umieścić zjawisko ryzyka, profil tego ryzyka właśnie na mapie tej mechaniki. Problemem tym, w świecie instytucji finansowych, zajmują się modele ryzyka. To jest właśnie ich zadanie.

Modele ryzyka, kredytowego, operacyjnego, rynkowego, a także różnorakie modele kapitału wewnętrznego opisują najczęściej, opracowany w mniej lub bardziej wyrafinowany sposób, profil ekspozycji instytucji na dane ryzyko. Ten profil, widziany najczęściej jako zmienna losowa, jest reprezentowany przez rozkład prawdopodobieństwa, z którego można odczytać wartości strat, które mogą wyniknąć z materializacji modelowanego ryzyka, a także prawdopodobieństwa jakie stoją przy danych wartościach. Rozkład taki jest zbudowany przy założonym przez nadzorcę horyzoncie czasowym, co oznacza, że odczyty strat i ich prawdopodobieństw dotyczą agregatów strat dla okresów zgodnych z horyzontem, np. rocznym. Kluczowym odczytem z takiego rozkładu jest odczyt wartości Value at Risk, a więc dalekiego kwantyla rozkładu, przy zadanym poziomie ufności.

7.1 Model zwraca poziom bezpieczeństwa 0.999 – nic więcej

Na mapie pojęć, która została wcześniej wprowadzona, profil ryzyka, który model opisuje i reprezentuje za pomocą rozkładu prawdopodobieństwa, to zmienna losowa X. Tu zmienną tę zapiszmy jako R. Niech R oznacza zatem, opisywany przez model, profil ryzyka (np. kredytowego) banku. Wiemy dodatkowo, że model korzysta z formuły Value at Risk. Wynikiem modelu jest więc określony poziom VaR, przy prawdopodobieństwie przekroczenia $1 - p = \bar{F}(VaR)$, zdefiniowanym np. jako 0.001 (1 – 0.999). Mamy więc szansę na przekroczenie wartości progowej straty (wartości VaR) wynoszącą 0.001 w okresie, o którym mówi horyzont czasowy, a więc najczęściej w okresie roku.

To wszystko. Tak wygląda podstawowa parametryzacja modelu ryzyka, którego zadaniem jest opis profilu ryzyka R. Na poziomie modelu, jego konstrukcji, nie można zatem wyprowadzić interpretacji czasowej. Nie da się sformułować pojęcia zdarzenia 1000-letniego.

7.2 Ciąg profili ryzyka i miejsce 1-szego przekroczenia

Gdybyśmy chcieli natomiast zobaczyć ciąg profili ryzyka, obrazów ryzyka reprezentowanych przez zmienną R, gdzie każdy „kolejny” profil jest indeksowany przez i, będzie to ciąg postaci (R_i). Ciąg taki można zapisać inaczej, w postaci ciągu zmiennych binarnych $\left(I_{\{R_i > VaR\}}\right)$. Ten zaś może przyjąć tylko dwie wartości:

$$I_{\{R_i>VaR\}} = \begin{cases} 1, & \text{jeśli } R_i > VaR \text{ (przekroczenie VaR) — "sukces")} \\ 0, & \text{jeśli } R_i \leq VaR \text{ (brak przekroczenia VaR) — "porażka")} \end{cases}$$

Gdy VaR wyznaczamy na poziomie 0.999, prawdopodobieństwo „sukcesu", a wiec prawdopodobieństwo przekroczenia poziomu VaR to 0.001. Co to oznacza? Jest to prawdopodobieństwo, że realny profil ryzyka R, przekroczy wartość VaR, którą wyznaczamy za pomocą modelu. Określony parametr bezpieczeństwa 0.999 wskazuje na nasz apetyt na ryzyko, wynoszący 0.001. Nasz model, a dokładnie wartość z niego wyznaczana na kwantylu 0.999, powinien mieć zdolność do pokrycia 999/1000 stanów, jakie może przyjąć realny profil ryzyka banku R.

Pamiętając, że dysponujemy pewnym zbiorem profili ryzyka, tu zapisanym jako ciąg (R_i), możemy teraz zapisać miejsce, gdzie nastąpi pierwsze przekroczenie wartości VaR w ciągu zmiennych $\left(I_{\{R_i>VaR\}}\right)$, a więc, który ze znajdujących się w zbiorze I profili ryzyka R przyjmie wartość wyższą niż poziom VaR. Możemy to zapisać jako:

$$L(VaR) = \min\{i \geq 1 : R_i > VaR\}$$

co będzie oznaczać indeks profilu ryzyka, dla którego po raz pierwszy wystąpi przekroczenie poziomu VaR, a więc np. przekroczenie kwantyla 0.999.

7.3 Układanie zjawisk w sekwencję - kwestia indeksowania

Zapis ciągu (X_i) nie umiejscawia jeszcze zmiennych losowych X na osi czasu. Tak samo zapis $\left(I_{\{X_i>u\}}\right)$ nie umiejscawia na takiej osi zmiennych I. Są one po prostu niezależnymi zmiennymi losowymi, które mogą zwrócić jeden z dwóch wyników: 1 - przekroczenie, 0 - brak przekroczenia. Możemy sobie to wyobrazić w następujący sposób. Rozrzucamy garść monet na stole, na przykład n monet. Możemy teraz zastanowić się, ile wypadnie orłów, sukcesów k z tej grupy n monet. Takie zagadnienie, przy niezależności zmiennych binarnych I i jednakowym prawdopodobieństwie p (a więc przy założeniu, że rozrzucone monety są identyczne), opiszemy rozkładem dwumianowym. Gdy monety zamienimy na zmienne binarne typu VaR, gdzie zamiast dwóch stron monety mamy dwa stany zmiennej: brak przekroczenia, przekroczenie, rozkład dwumianowy opisze prawdopodobieństwa dla liczby przekroczeń z n prób.

Teraz możemy zmienić zagadnienie, które chcemy przeanalizować. Niech tym razem będzie to wskazanie monety, z tych rozrzuconych na stole, dla której po raz pierwszy wypadnie orzeł. Żeby takie zagadnienie zapisać należy nadać indeksy monetom, ponumerować je. Przy założeniu identyczności monet i niezależności rzutów, metoda nadania indeksów nie ma znaczenia. Nie ważne jak ponumerujemy monety, jaką metodą, za każdym razem (dla każdego sposobu indeksowania) zjawisko to będzie można opisać za pomocą rozkładu geometrycznego, który przy wybranym przez nas sposobie indeksowania wskaże prawdopodobieństwo wystąpienia pierwszego przekroczenia (wypadnięcia pierwszego orła) dla każdej zmiennej (każdej monety), o każdym indeksie. Wskaże więc prawdopodobieństwo, że pierwsze przekroczenie wystąpi dokładnie dla zmiennej I o indeksie

i=1, i=2, i=3 itd. Korzystając z tego samego rozkładu i funkcji jego dystrybuanty możemy również policzyć jakie jest prawdopodobieństwo, że pierwsze przekroczenie (pierwszy orzeł) wystąpi najpóźniej przy zmiennej I (monecie) o indeksie i.

Gdy ponownie posłużymy się zmiennymi binarnymi typu VaR, opisującymi przekroczenie lub brak przekroczenia, możemy wskazać zmienną I, jej indeks, dla której wystąpi pierwsze przekroczenie. Na takiej mapie dla prawdopodobieństwa przekroczenia równego 1 - p=0.01 da się wyprowadzić pojęcie zdarzenia 100-indeksowego. Będzie to zdarzenie, którego pojawienia należy spodziewać się na zmiennej I o indeksie 100. Taka właśnie jest wartość oczekiwana na rozkładzie przekroczeń - rozkładzie geometrycznym. Przy 1 – p = 0.01, przekroczenie wystąpi średnio na 100-nej zmiennej (zmiennej o $i = 100$), co można ogólniej zapisać jako:

$$EL(u) = \frac{1}{1-p} = \frac{1}{\bar{F}(u)} \qquad (30)$$

Należy jednak pamiętać, że aby móc wyprowadzić pojęcie zdarzenia 100-indeksowego, potrzeba było najpierw wprowadzić indeksowanie zmiennych losowych.

7.4 Indeksowanie czasem

Niezależne zmienne losowe X w ciągu (X_i), jak również zmienne binarne I w ciągu $\left(I_{\{X_i>u\}}\right)$ możemy także indeksować czasem. Można sobie to wyobrazić w następujący sposób. Zamiast rzucać garścią monet jednocześnie i zamiast nadawać im indeksy według jakiegoś wybranego porządku, możemy rzucać jedną, tą samą, monetą w określonych, równych odcinkach czasu np. 1 raz dziennie. Wtedy pojawia się naturalny indeks dla każdego rzutu, a więc numer dnia, w którym ten rzut wystąpił. Oczywiście, jeśli te zmienne są niezależne w każdym dniu i mają identyczny rozkład, można sobie również wyobrazić numerowanie czasem według przypadkowego porządku np. dziś = 7, jutro = 2, pojutrze = 11. Nie ma to znaczenia dla własności statystycznych, o które tu chodzi. Intuicyjnie jednak, co oczywiste, indeksuje się zmienne kolejno, zgodnie z ich miejscem na kalendarzu (a więc kolejne dni, kolejne lata itd.).

Ponumerowanie zmiennych losowych X, a wraz z nimi zmiennych I, następującymi po sobie jednostkami czasu pozwala sformułować definicję okresu powrotu, która jest wyrażona identycznie jak wcześniej $EL(u) = \frac{1}{1-p} = \frac{1}{\bar{F}(u)}$, ma jednak teraz inne znaczenie. Dla prawdopodobieństwa przekroczenia 1 – p = 0.01 oczekiwany okres powrotu to 100 okresów, a nie jak wcześniej 100 indeksów. Gdybyśmy więc rzucali zdeformowaną monetą (taką, że prawdopodobieństwa orła i reszki nie są równe), gdzie szansa na orła wynosi 0.01, a rzut odbywałby się raz dziennie, wyrzucenie orła byłoby zdarzeniem 100-dniowym. Mamy zatem pojęcie zdarzenia T-okresowego. Dostaliśmy się zatem na mapę pojęciową stosowaną w hydrologii.

Co ważne, należy zwrócić uwagę na fakt, że ułożenie zdarzenia skrajnego na mapie czasu, co skutkowało zdefiniowaniem zdarzenia 100-dniowego, nie wynika z własności statystycznych sformułowanego wcześniej problemu. Definicja zdarzenia T-okresowego powstaje jedynie w wyniku przyjęcia pewnego założenia co do sposobu w jaki widzimy zbiór niezależnych zmiennych losowych (czy też garść monet). Ułożenie ich, poprzez indeksowanie, na mapie czasu, w pewnej sekwencji kalendarzowej, jest właśnie kluczowym krokiem dla wyprowadzenia takiej czasowej definicji zdarzenia skrajnego.

7.5 Indeksowanie profili ryzyka

Wracając do przykładu profili ryzyka *R,* możemy teraz przejść do kwestii indeksowania zmiennych *R*. Od sposobu indeksowania zależeć będzie interpretacja budowli statystycznej, która przy zastosowaniu przedstawionej wcześniej mapy pojęciowej, tu powstaje.

Na początek, spróbujmy wyobrazić sobie indeksowanie przestrzenne. Na przykład, można ponumerować zbudowane na tych samych założeniach (kwantyl 0.999 i horyzont roczny) obrazy ryzyka (profile ryzyka) *R*, ułożone w ciągu (R_i), jako profile ryzyka różnych banków. Wtedy $EL(VaR) = \frac{1}{1-p}$ oznaczać będzie wartość oczekiwaną indeksu momentu przekroczeń, a więc indeks banku, dla którego zostanie przekroczony próg (wartość VaR) jego profilu ryzyka *R*. Wyliczenie $EL(VaR) = \frac{1}{1-p}$, dla poziomu bezpieczeństwa p = 0.999, da nam wynik 1000 i będzie to oznaczać, że możemy oczekiwać, że pierwsze przekroczenie VaR wystąpi dla profilu ryzyka *R* (lub inaczej dla banku) o indeksie $i = 1000$, zgodnie z przyjętą numeracją, a więc dla profilu ryzyka R_{1000}. Pojęcie okresu powrotu można sformułować tu jako pojawienie się przekroczenia VaR z częstością co 1000 profili ryzyka, lub dla co 1000-nej instytucji.

Można podejść inaczej. Załóżmy, że budujemy 1000 modeli, różnych – korzystających z różnych koncepcji, dla jednego profilu ryzyka *R*. Wtedy pojawi nam się pojęcie zdarzenia 1000-modelowego, a więc zdarzenia, które średnio powinno wystąpić na modelu, który jest opisany indeksem $i = 1000$.

Sądząc po częstości występowania definicji typu „1 raz na 1000 lat" należy założyć, że najczęściej występującym sposobem układanie zmiennych w sekwencje, jest indeksowanie czasem. Wtedy ciąg (R_i) rozumie się jako sekwencję obrazów ryzyka w kolejnych, kalendarzowych okresach (np. dniach lub latach). Ciąg $\left(I_{\{R_i > VaR\}}\right)$ rozumie się zaś jako ciąg binarnych wartości (0,1) oznaczających wystąpienie przekroczenia lub brak przekroczenia VaR, które to odnotowywane są w kolejnych okresach np. rocznych. Przy takim czasowym indeksowaniu $EL(VaR) = \frac{1}{1-p}$ będzie prostą interpretacją czasową pojęcia okresu powrotu. W przypadku określenia kwantyla na poziomie 0.999 (co implikuje 1 - $p = 0.001$) i rocznym horyzoncie czasowym (co implikuje indeks roczny), okres powrotu wynosić będzie 1000 lat. Oznacza to, że spodziewamy się przekroczenia VaR dla profilu ryzyka *R* średnio co 1000 lat. Mamy zatem wyprowadzoną definicję zdarzenia 1000-letniego.

7.6 Indeksowanie czasem w zjawiskach ekonomicznych – „milczące założenie"

Przyjęcie indeksowania czasem dla ciągu $\left(I_{\{X_i>u\}}\right)$, co skutkuje przetransferowaniem problemu pierwszego przekroczenia $L(u) = \min\{i \geq 1: X_i > u\}$ na oś czasu, co zaś ostatecznie pozwala wyprowadzić pojęcie okresu powrotu i zdarzenia T-letniego (np. 1000-letniego); jest pewną konwencją, szeroko rozpowszechnioną, ale jednak tylko konwencją. Prawa statystyki nie odnoszą się do tej kwestii, nie wskazują sposobu w jaki należy indeksować zmienne. Wiadomo jedynie, że przy założeniu niezależności zmiennych binarnych tworzących ten ciąg i przy stałym dla wszystkich zmiennych poziomie p, niezależnie od wybranego indeksowania, problem szansy na przekroczenie dla każdej, oznaczonej indeksem zmiennej X (czyli dla każdej kolejnej zmiennej ponumerowanej według przyjętej formuły indeksowania) można opisać za pomocą rozkładu geometrycznego. Odczyt wartości z tego rozkładu, jako wartości czasowych (np. wartość oczekiwana: 1000 lat) to właśnie wynik przyjęcia założenia o czasowym indeksowaniu zmiennych.

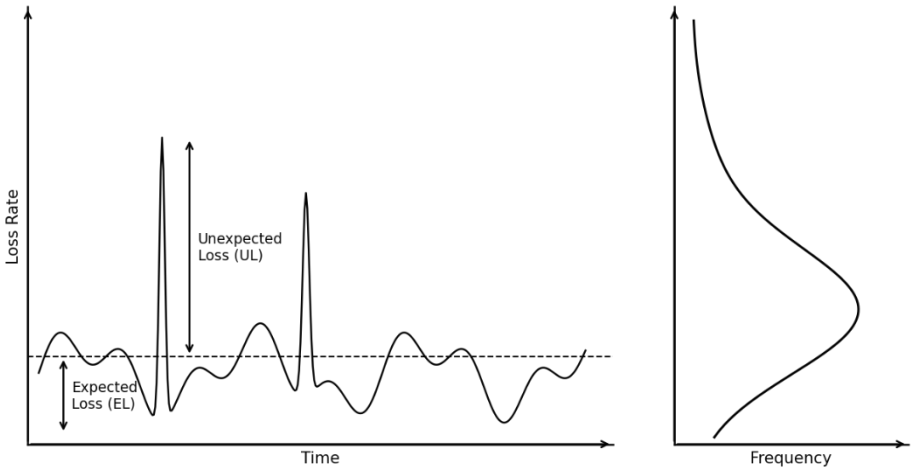
Warto odnieść się w tym miejscu do hydrologii, gdzie, jak się wydaje, wyprowadzanie pojęcia okresu powrotu przebiegło bardziej naturalnie. Kwestia indeksowania nie została tam przecież podniesiona. Czy zatem dla zmiennej wysokości przepływu nie posługiwaliśmy się ciągiem zmiennych losowych i ich indeksowaniem? Owszem, posługiwaliśmy się. Należy jednak pamiętać o specyficznej konstrukcji zmiennej, która była w tamtym obszarze wykorzystywana. Zastosowano tam metodę block maxima. Blok stanowił odcinek rocznych obserwacji, rok kalendarzowy. Na takim odcinku czasu określaliśmy wartość maksymalną dla bloku. Ciąg stanowiła więc sekwencja wartości maksymalnych pobranych z kolejnych lat kalendarzowych. Indeks czasu pojawił się zatem naturalnie. Definicja okresu powrotu oraz definicja zdarzenia 100-letniego również w sposób naturalny się wyłoniły.

W zjawiskach społecznych, ekonomicznych, cywilizacyjnych zastosowanie indeksowania czasem nie musi być wcale takie oczywiste. W dużo większym stopniu jest to efekt przyjętej konwencji i w dużo mniejszym stopniu da się taką konwencję uzasadnić naturalnymi procesami, które właśnie w takich cyklach kalendarzowych występują. Przy opisie takich zjawisk za pomocą ciągu zmiennych $\left(I_{\{X_i>u\}}\right)$ dużo bardziej pożądane wydaje się więc wskazanie sposobu indeksowania, jakie zastosowano. Co jeszcze istotniejsze, należałoby oczekiwać racjonalnego wytłumaczenia zasadności przyjęcia takiego podejścia. Wykazana wcześniej popularność interpretacji czasowej oraz pojęcia zdarzenia 100-letniego, czy też 1000-letniego, wskazuje jednak na powszechność stosowania tej właśnie konwencji dotyczącej indeksowania. Najczęściej, jak się wydaje, konwencja ta jest przyjmowana w sposób milczący. Potwierdzenie dla takiej intuicji można odnaleźć w (Embrechts, Klüppelberg i Mikosch, 1997). Autorzy wyprowadzając przykład ilustrujący pojęcie okresu powrotu piszą: „Here we tactily assumed that a structure failure for each year i can be modeled through the event $\{X_i > u\}$." Istnienie takich dorozumianych założeń dotyczących umieszczania zmiennych na osi czasu potwierdza również Danielsson (2000): "An explicit assumption in most risk models is that market data follows a stochastic proces [...]"

Obserwuje się więc, że układanie modelowanych zmiennych na osi czasu, przy założeniu rocznych horyzontów czasowych, stało się pewnym kanonem postepowania.[25] Pewnym wytłumaczeniem dla przyjęcia takiej konwencji będzie zapewne obowiązujący w świecie finansów sposób raportowania. Publikuje się tam roczne sprawozdania. Wartości w nich prezentowane, najczęściej w postaci rocznych agregatów, są zaś podstawą dla logik, którymi posługują się banki, audytorzy, czy regulatorzy. Bazylea II (BIS, BCBS, 2004) po prostu odziedziczyła te tradycję i umocniła ją przepisami prawa. Przywołany już wcześniej dokument nadzorczy (BIS, BCBS, 2005) wskazuje na przyjęcie takiego właśnie, opartego na okresach rocznych, temporalnego spojrzenia na kwestię ryzyka kredytowego. Można odnaleźć tam taki zapis:

> In the credit business, losses of interest and principal occur all the time [...] . The losses that are actually experienced in a particular year vary from year to year, depending on the number and severity of default events, even if we assume that the quality of the portfolio is consistent over time. [...] variation in realised losses over time leads to a distribution of losses for a bank.

Co można zilustrować w następujący sposób[26].



Rysunek 1: Materializacje ryzyka kredytowego ułożone na osi czasu.

Źródło: *Opracowanie własne na podstawie (BIS, BCBS, 2005).*

A więc, podążając za myślą nakreśloną przez regulatora, materializacje rocznych strat z różnych okresów można wykreślić na jednej mapie. Łącznie zaś, obserwacje te budują rozkład strat. Wyjaśnień dla przyjęcia takiego podejścia w tym dokumencie jednak nie odnajdziemy. Regulator

[25] Już w pierwszych modelach wyceny wartości (Merton, 1974) posługiwano się roczną datą zapadalności obligacji, czy też roczną opcją.

[26] Podobne rozumowanie odnajdziemy w dokumencie (EBA, 2021), zilustrowane w podobny sposób. Tam również nie uzasadniono przetransferowania zmiennej PD na oś czasu.

posługuje się więc prawdopodobnie właśnie tym „milczącym założeniem", o którym już wcześniej pisano.

Utrwalona tradycja co do sposobu układania zmiennych (indeksowanie czasem) nie zmienia jednak praw probabilistyki, nie ma na nie wpływu. Zastosowanie rozkładu dwumianowego lub geometrycznego, w wyżej przedstawionym procesie, jest możliwe dlatego, że mamy do czynienia z niezależnymi zmiennymi losowymi. Odczyty z takich rozkładów (dwumianowego, czy geometrycznego) nie mają natomiast nic wspólnego z czasem. Interpretacja czasowa, uzyskana poprzez indeksowanie czasem jest zawsze konwencją, która powinna zostać zawsze wytłumaczona przez twórców modelu, którzy z takiej konwencji skorzystali. A próba uzasadnienia takiej konwencji nie zawsze będzie zadaniem łatwym.

7.7 Jaki jest czas w zjawiskach społeczno-ekonomicznych?

Najważniejszą kwestią wymagającą wyjaśnienia jest zastosowanie w procesie indeksowania mechanizmu dyskretyzacji czasu. Zapisywanie zmiennych w indeksach będącymi liczbami całkowitymi (i=1, 2, 3 itd.) oznacza ułożenie tych zmiennych na osi czasu, na której zostało wymuszone pewne taktowanie tego czasu, postrzeganie go w oddzielnych i zamkniętych pudełkach. Co ważne, zakłada się, że pudełka te mają identyczną wielkość. To, czy czas rzeczywiście tak należy postrzegać może być jednak kwestią dyskusyjną.

Zmienna losowa, jej działanie, nie zawsze musi być liczone w takich samych, równych odległościach czasowych. Ile trwa potencjał zmiennej losowej do generowania zjawisk? Kiedy się wyczerpuje i kończy? Kiedy zaczyna się kolejna zmienna losowa z ciągu? To zależy. W przypadku rzutu monetą czy kostką – czas trwania potencjału zmiennej to czas wykonania rzutu, w przypadku ruletki – czas, w którym ruletka się kręci, gdy zaś gramy w grę karcianą – prawdopodobieństwa wystąpienia konkretnych układów kart przypisane są do tej konkretnej gry, zmienna i jej potencjał trwa więc tyle, ile trwa gra. Ten czas natomiast dla każdej kolejnej gry w ciągu jest inny – każde rozdanie w grze brydżowej trwa przecież różny czas. Gdy zatem chcemy ułożyć na rozkładzie wiele gier (np. wiele rzutów monetą, czy gier w ruletkę, rozdań brydżowych) to rozkład dwumianowy wyłoni się jako złożenie zmiennych losowych – złożenie kolejnych gier, a nie złożenie wyobrażonych odcinków czasowych i tej części gier, które się w takich sztucznych odcinkach wykonują. Gdyby składać grę w ruletkę w równych odcinkach czasowych to w poszczególnych pudełkach czasu będziemy obserwować różne gry jednocześnie: kończącą się grę poprzednią i rozpoczynającą kolejną. Prawdopodobieństwa w równych pudełkach czasu będą pochodzić z różnych zmiennych losowych, będą się mieszać. Z tego zaś nie może wyłonić się rozkład dwumianowy, ani geometryczny. W takim przypadku składamy razem, nie niezależne zmienne losowe, które takie rozkłady (dwumianowy, geometryczny) wyłaniają, ale pudełka czasowe, które mieszając prawdopodobieństwa z różnych zmiennych wyłonią inny, nieznany rozkład. To zaś uniemożliwia odczyty takie jak zdarzenie T-okresowe, które właśnie na rozkładzie geometrycznym były wyprowadzone.

Czy na taki problem napotykamy w naturze? Przede wszystkim należy pamiętać, że tu również indeksowanie czasem i przyjęcie identycznych odcinków czasowych dla wysycania się zmiennych

losowych to tylko założenie. Tu jednak, na tym gruncie, jest ono jednak oparte o dużo silniejsze podstawy. Biegiem czasu w naturze sterują trwałe, niezmienialne zjawiska astronomiczne: ruch obiegowy ziemi, ruch obrotowy ziemi. To właśnie, trwałość i powtarzalność tych zjawisk, były podstawą budowy kalendarza. Zjawiska występujące w naturze, najczęściej właśnie z tych globalnych cykli astronomicznych wynikają. Dużo łatwiej uzasadnić zatem stałe jednostki czasu w ciągu zmiennych hydrologicznych. Można założyć, z dużo większą pewnością, że zmienne te wysycają się właśnie w takich cyklach astronomicznych. A zatem kolejna powódź, stan maksymalny zmiennej, występuje, gdy obiekty astronomiczne znów, po cyklu obiegowym – a więc po roku, znajdą się w takim samym układzie względem siebie (co w pewnych strefach klimatycznych oznaczać może np. wiosnę) i wygenerują zjawisko powodziowe. Będzie to kolejna wiosna, inna niż ta sprzed roku, a więc będzie to kolejna zmienna losowa w ciągu.

W zjawiskach społeczno-ekonomicznych nigdy nie wiemy, kiedy wysyca się jedna zmienna losowa i zaczyna kolejna z ciągu. Mało prawdopodobne jednak, żeby, podobnie jak w naturze, zmienne odnoszące się do złożonych zjawisk cywilizacyjnych zawsze realizowały swój potencjał na takiej samej długości czasu. Wydarzenia w niektórych momentach czasu kalendarzowego dzieją się szybciej, w innych wolniej. Stratedzy zajmujący się geopolityka mówią, że w momentach przesilenia, powtarzających się co kilkadziesiąt lat (czasem co sto lat), wszystko dzieje się szybciej, te same procesy dokonują się w krótszym czasie. Poza tym, stały rozwój cywilizacyjny powoduje „przyspieszanie czasu". Kolejne zmienne losowe dokonują się zatem coraz szybciej. Na przykład epizod kryzysowy 2023 roku (USA: Silicon Valley Bank, Signature Bank), kwestia poruszona w artykule (Buczak, 2026a), wykazał, że wysycenie zjawiska odpływu depozytów realizuje się teraz w krótszym czasie, niż miało to miejsce dwadzieścia lat temu, podczas kryzysu 2008. Dostęp do bankowości elektronicznej w trybie całodobowym oraz media społecznościowe przyspieszyły proces rozprzestrzeniania się paniki.

Ostatecznie zatem widzimy, że przyjęte założenie o dyskretyzacji czasu i przyjęcie równych odcinków czasu jest co najmniej dyskusyjne. Tymczasem powinniśmy się jednocześnie zmierzyć z ideą przeciwną – modelowania w czasie ciągłym. Proces random walk, podstawowy proces stochastyczny, będący fundamentem dla wielu stosowanych dziś w zarządzaniu ryzykiem koncepcji, został przez Wienera (1923) opisany przecież na czasie ciągłym. Black i Scholes (1973) zaś, w swojej fundamentalnej pracy, gdzie wyprowadzili wzór na wycenę opcji, cenę instrumentu podstawowego (cenę akcji) opisali właśnie za pomocą ciągłego procesu random walk: „The stock price follows a random walk in continuous time". Takie postrzeganie zmiennych losowych, w kontekście ich interpretacji, również jest kłopotliwe. Ja rozumieć fakt, że zmienna może zrealizować swój potencjał w nieskończenie małej jednostce czasu? To nierealne. Procesy ekonomiczne trwają, wysycanie zjawiska też trwa. Należy też zauważyć, że przy ułożeniu zjawisk losowych na czasie ciągłym, kwestia zdarzenia T-okresowego zupełnie traci swój fundament. Pojęcie T-okresowe znajduje się teraz bowiem w nieskończoności.

Jak widać założenie o indeksowaniu zmiennych czasem wcale nie musi być tak łatwo wytłumaczalne, gdy przyłożyć to do realnie dziejących się zjawisk. Kwestia stacjonarności, która intuicyjnie pierwsza przychodzi do głowy, wcale nie musi być najważniejszym problemem do rozwiązania.

Obszerniejsze zajęcie się zasygnalizowanymi tu problemami wymagałoby jednak osobnego opracowania. Próbując utrzymać długość prowadzonego tu rozumowania pod kontrolą, dalej tymi kwestiami nie będziemy się tu zajmować.

8 W świecie modeli ryzyka zdarzenie 1000-letnie to artefakt pusty

8.1 1 raz na 1000 lat jest na zewnątrz modelu

Prześledziwszy mechanikę powstawania definicji zdarzenia T-okresowego pewne spostrzeżenie wysuwa się na pierwszy plan. Definicja zdarzenia 1000-letniego nie jest wbudowana w model ryzyka, który rozumiemy tu jako reprezentację, postulowany obraz profilu ryzyka R. Model zwraca wartości strat, a te można jedynie intepretować na mapie prawdopodobieństwa. Kwantyl 0.999 takiego modelu (profilu ryzyka) mówi jedynie o wartości straty stojącej przy takim kwantylu oraz szansie na wystąpienie takiej straty (lub straty większej). Prawdopodobieństwa odczytane z tego rozkładu odnoszą się do „pojedynczego losowania" ze zmiennej R, lub inaczej mówiąc, pojedynczego procesu generowania straty ze zmiennej R. To znaczy, że mówimy o szansie na przekroczenie wartości straty znajdującej się na kwantylu 0.999 tu i teraz, czyli w okresie horyzontu czasowego (np. roku). Tylko do takiej interpretacji odczytów ze zmiennej losowej jesteśmy upoważnieni.

Pojęcie zdarzenia 1000-letniego pojawia się na zewnątrz modelu (lub profilu ryzyka). Po tym dopiero, jak wyobrazimy sobie ciąg profili ryzyka (obrazów ryzyka) i uporządkujemy je za pomocą czasu (indeksowanie czasem) w pewną sekwencję. Wtedy, dla takiego ciągu obrazów ryzyka, po zamianie go na ciąg zmiennych binarnych (1 - przekroczenie VaR, 0 - brak przekroczenia VaR) możemy sformułować pojęcie zdarzenia 1 raz na 1000 lat. Zdarzenia, które przekracza wartość VaR dla profilu ryzyka indeksowanego jako 1000-ny z kolei na osi czasu, gdzie kolejno, zgodnie z porządkiem kalendarzowym, ułożono profile ryzyka (zmienne losowe R) reprezentujące poziom rocznych strat (przy horyzoncie rocznym).

Jeśli więc pojęcie zdarzenia T-okresowego nie jest wpisane w mechanikę modelu, jest obiektem zewnętrznym, czemu ma służyć tak sformułowana definicja? Jakie jest jej praktyczne zastosowanie?

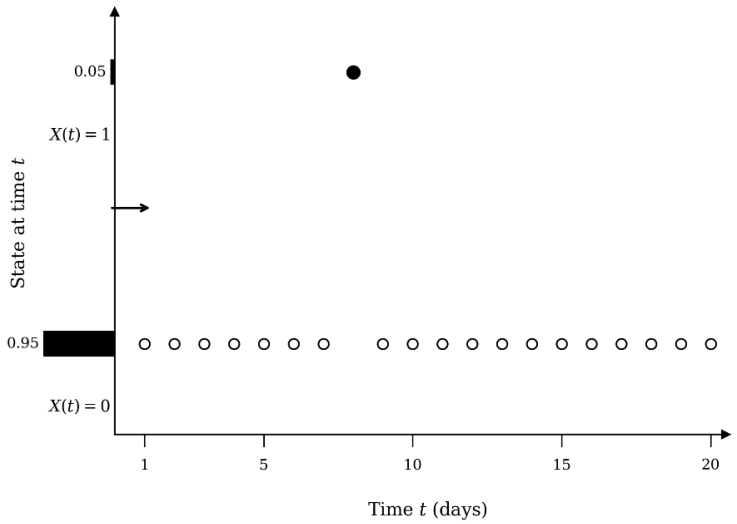
8.2 Backtest – naturalny obszar dla zdarzenia T-okresowego

8.2.1 Testy przekroczeń – backtest VaR

W dokumencie założycielskim dla metody VaR (J.P.Morgan/Reuters, 1996) oprócz obszernego opisu założeń dla modelu VaR, a także prezentacji budowy takiego modelu, sformułowano również metodę backtestu takiej konstrukcji. To tu właśnie, w sposób bezpośredni, wykorzystywana jest formuła ułożenia zmiennych na osi czasu. To otwiera drzwi do sformułowania praktycznej metody

weryfikacji modelu ryzyka – poprzez ocenę adekwatności liczby przekroczeń. Te zaś zliczane są na osi czasu, na kolejnych wystąpieniach zmiennych, które właśnie czasem są indeksowane.

Zaprezentowany w (J.P.Morgan/Reuters, 1996) test wartości VaR polega na weryfikacji zgodności oczekiwanej, przy przyjętym poziomie ufności, liczby przekroczeń; z liczbą, która rzeczywiście wystąpiła. Model jednodniowy reprezentujący zjawisko strat, przy poziomie ufności 0.95 (a więc 1 - $p = 0.05$) można zatem przetestować, przy przyjęciu indeksowania czasem kalendarzowych, już na przestrzeni 20 kolejnych dni. A zatem, jeśli model wyznacza poziom kapitału na kwantylu 0.95, to należy oczekiwać, że na 20 obserwacji empirycznych, 19 będzie miało wartość niższą niż tak wyznaczony kapitał, a 1 obserwacja wyższą. To oczywiście wartość oczekiwana przekroczeń. Jako, że testowana tu liczba przekroczeń to zmienna losowa, bardziej adekwatnym sposobem weryfikacji poprawności wskazań modelu będzie zastosowanie przedziałów ufności (zgodnych z rozkładem dwumianowym) dla liczby przekroczeń. Dla zastosowanej w backteście liczby obserwacji, akceptowana jest taka liczba przekroczeń empirycznych, która mieści się w przedziale ufności dla testowanego kwantyla np. 0.95. Takie właśnie podejście jest najczęściej stosowane w praktyce.



Rysunek 2: Ilustracja przekroczeń dla zmiennej X.

Źródło: *Opracowanie własne.*

Test przekroczeń w świecie finansów funkcjonuje najczęściej pod nazwą test Kupieca (Kupiec, 1995). Przystępy i obudowany przykładem opis metody znajdziemy w podręczniku Jorion (2007). Również podręcznik Hull (2018) dostarcza wyczerpujących opisów.[27]

[27] Można wskazać też kilka innych opracowań dotyczących testowania wartości VaR, np. Lopez (1997), Berkowitz (2001), Haas (2001), Christoffersen (1998), Christoffersen i Pelletier (2004), Colletaz, Hurlin i Pérignon (2013), Shirazi

8.2.2 Regulacyjny backtest modeli ryzyka rynkowego

Test przekroczeń stał się podstawową, wpisaną do regulacji (EU, CRR, 2013) metodą weryfikacji jakości modeli ryzyka rynkowego.[28] Zapisana w regulacji metoda weryfikacji, to wprost implementacja koncepcji testowania, o których pisali Kupiec (1995), Lopez (1997). Przy 10-dniowym horyzoncie czasowym (taki sformułowano horyzont dla ryzyka rynkowego) test kwantyla 0.99 (taki sformułowano poziom ufności dla ryzyka rynkowego) wymagał zatem posiadania minimum 10 x 100 obserwacji (1000 dni). Wymagane było również spełnienie warunków o niezależności zmiennych losowych w czasie (czyli np. w okresie tych 1000 dni, 100 zmiennych dla 10-dniowych agregatów), a także ich identycznym rozkładzie (i.i.d).

Widać więc, że na tym usankcjonowanym fundamencie pojęciowym, przy „milczącym" założeniu indeksowania czasem[29], dało się wyprowadzić definicję zdarzenia 1 raz na T okresów, choć akurat w tym przypadku, przy 10-dniowym horyzoncie czasowym, wyprowadzenie pojęcia T-dniowego wydaje się być niezbyt czytelną definicją.[30]

Sam test, ulokowany na osi czasu, przy przyjęciu dość krótkiego horyzontu czasowego wydawał się wykonalny. Co prawda już twórca metody, Kupiec (1995), wskazywał na kwestie niskiej wiarygodności kwantyla 0.99 przy ograniczonych długościach szeregów czasowych. Nie były to jednak uwagi dyskwalifikujące metodę i jej powszechne i usankcjonowane prawem stosowanie.

8.2.3 Stacjonarność zmiennych w procedurze backtestu

Mając na uwadze konstrukcję opisanego wyżej mechanizmu weryfikacyjnego, nie można nie odnieść się do kwestii stacjonarności. Danielsson (2000) wyjaśnia: „An explicit assumption in most risk models is that market data follows a stochastic process". Jeśli tak właśnie jest, stacjonarność takiego procesu jest warunkiem brzegowym, dla prawidłowych odczytów z procedur na takim procesie zbudowanych. Przeprowadzając test przekroczeń, którego mechanika na skutek przyjęcia indeksowania czasem, rozłożona jest na osi czasu, takie właśnie założenie i.i.d musimy przyjąć. Prawdziwość takiego założenia jest jednak wątpliwa. Embrechts, Klüppelberg i Mikosch (1997) przyznają, że tej stacjonarności prawdopodobnie nie ma: „As most data in practice will exhibit dependence and/or non-stationarity […]"[31]

(2014). Użyteczną dla celu podsumowania wypracowanych podejść backtestu VaR wydaje się być praca Campbell (2005).

[28] Artykuł 366 regulacji (EU, CRR, 2013) określa sposób backtestowania modeli ryzyka rynkowego.

[29] Nadzorca w swoich podstawowych dokumentach nie zajmuje się kwestią indeksowania zmiennych losowych, nie kwestionuje też tego, ani nie komentuje.

[30] W CRR III (EU, CRR III, 2024), w obszarze ryzyka rynkowego metodę VaR zastąpiono nowym frameworkiem: Fundamental Review of the Trading Book (FRTB). Wprowadzono nową miarę ryzyka Expected Shortfall. Mechanizm backtestowania poprzez liczbę przekroczeń w czasie został utrzymany, po wprowadzeniu niezbędnych dostosowań do nowej koncepcji.

[31] Warto zauważyć, że nawet w świecie natury, który oparty jest przecież o stabilne prawa, stwierdzono niestacjonarność. W roku 2008 Milly i in. (2008) ogłosili, że „Stationarity is dead" co otworzyło na nowo dyskusję akademicką w

Danielsson i in. (2014), którzy procedurę testu przekroczeń nazwali, dość trafnie, pokonywaniem szumu statystycznego, zwrócili uwagę na problem braku stacjonarności, w kluczowych dla całej logiki tego mechanizmu momentach. Testowanie dalekich kwantyli ma celu weryfikację poprawności modelu w kontekście ich zdolności do absorpcji strat kryzysowych. Właśnie w takich okresach kryzysowych najbardziej jesteśmy zainteresowani wskazaniami modelu. Tymczasem, jak argumentują autorzy, zastosowanie backtestingu do ryzyka modelu jest najbardziej kłopotliwie właśnie w czasach kryzysu. Gospodarka przechodzi wtedy z okresu spokoju do okresu wzburzenia, co może na przykład przejawiać się w grupowaniu (clusteringu) przekroczeń. W tych właśnie momentach zachodzi, w sposób najbardziej czytelny, złamanie założenia, przy których taki backtest można przeprowadzić – założenia o stacjonarności. To zaś unieważnia wiarygodność ocen uzyskanych za pomocą tak skonstruowanego narzędzia testującego.

Pomimo problemów, na które wskazują Embrechts i Danielsson procedura testowania za pomocą testu przekroczeń jest powszechnie wykorzystywana. W praktycznych zastosowaniach być może nie zawsze problemy te są zauważane – szczególnie w okresach stabilności. Należy pamiętać, że na polu ryzyka rynkowego wydarzenia liczone są w dniach. Przy tak krótkich okresach, problem niestacjonarności zwykle nie powinien przysparzać istotnych problemów. Jeśli zaś wystąpi, można go obsłużyć przy pomocy powszechnie znanych technik statystycznych.[32]

8.3 Backtest modeli ryzyka kredytowego i operacyjnego nie istnieje

8.3.1 Brak przepisów dla backtestu kwantyla 0.999

W odniesieniu do ryzyka kredytowego i operacyjnego (w okresie funkcjonowania metody AMA), gdzie przedmiotem weryfikacji jest kwantyl 0.999 przy rocznym horyzoncie czasowym, nadzorca nie pozostawił w przepisach żadnych wskazówek odnoszących się do sposobu backtestowania modeli tego typu.

Problem jest taki, że o ile backtestowanie w dniach, tak jak to sformułowano dla ryzyka rynkowego, było zadaniem możliwym do wykonania - o czym świadczy powszechność stosowania tej metody; to już test przekroczeń na rocznym indeksie czasowym, przy kwantylu 0.999 wykonalny nie był. Tu, pierwszego przekroczenia należałoby się spodziewać po upłynięciu 1000 lat. Żeby to przetestować należałoby zebrać dane z minimum 1000 lat wstecz. Problem ten zauważył Jorion (2007):

> In particular, credit-risk models suffer from a verification problem. Unlike market risk, for which backtesting can be performed on a daily basis, the longer horizon of credit-risk models makes it difficult to compare risk forecasts with their realization.

tym obszarze. Autorzy argumentują tam: "The envelope of natural variability has been exceeded" [...] Stationarity is dead."

[32] W publikacji (J.P.Morgan/Reuters, 1996) autorzy zmierzyli się z takim problemem niestacjonarności.

Problem braku wystarczającej liczby danych przy rocznym horyzoncie czasowym dla testów tego typu próbowali co prawda rozwiązać Lopez i Saidenberg (2000). Autorzy proponowali obejście tego problemu przez symulację przekrojową, przez resampling portfeli kredytowych, zastępując w ten sposób niemożliwą do przeprowadzenia procedurę czasową, na procedurę przestrzenną. Prawdziwy problem pozostał jednak nierozwiązany. Liczba danych, na podstawie których przeprowadzany jest backtest wciąż jest niska, a zwiększanie liczby powtórzeń symulacji nie zastępuje prawdziwej zmienności czasowej.

W praktyce, nie istnieje zatem sposób, żeby taki backtest przeprowadzić. Pozostają metody pośrednie, na przykład:

(a) Obniżenie poziomu kwantyla podlegającego testowaniu np. kwantyl 0.9, co umożliwia przeprowadzenie testu przekroczeń – dla 10 lat możemy oczekiwać jednego przekroczenia.
(b) Transfer modelu na inny horyzont czasowy: miesiąc, tydzień – pozwala to skrócić czas potrzebny do backtestu kwantyla (można w tym podejściu zachować oryginalny kwantyl 0.999).

Obydwie metody mają jednak istotne wady. Pierwsze podejście nie testuje realnego zagrożenia na kwantylu 0.999. A więc backtest na poziomie 0.9, nawet pozytywny, może jedynie posłużyć do argumentacji, wątpliwej jakości, o domniemanym bezpieczeństwie na poziomie 0.999 – posługując się rozumowaniem: jeśli model backtestują się na kwantylu 0.9, to na 0.999 też będzie. Drugie podejście to ten sam transfer, tylko na osi czasu – jeśli dla modelu tygodniowego kwantyl 0.999 się backtestuje, to dla modelu z horyzontem rocznym też będzie. To równie wątpliwy sposób wnioskowania jak poprzednio, wymagający dodatkowo spełnienia założeń dotyczących agregacji zmiennych w czasie – problem time aggregation, który można znaleźć np. w Jorion (2007). Głównym problemem jest więc to, że obydwie metody nie backtestują tego co powinny. Trudno zatem realnie opierać o nie wnioskowanie co do poprawności wyników zwracanych przez model.

W obszarze ryzyka kredytowego i operacyjnego pozostajemy zatem bezradni. Nie posiadamy narzędzia do oceny adekwatności oszacowań modelu. Regulator nie wskazał rozwiązań w miejscu, gdzie, biorąc pod uwagę skalę trudności oszacowania tak skrajnych kwantyli, były one najbardziej potrzebne. Jorion (2007) skomentował to, przewidując niejako nadchodzący przebieg wypadków, pisząc: “The true test of these new models will come during a major economic downturn.”

8.3.2 Hipotetyczny backtest kwantyla 0.999, stacjonarność i pojęcie zdarzenia 1000-letniego

Gdybyśmy jednak wyobrazili sobie, że przeprowadzenie backtestu kwantyla 0.999 przy rocznym horyzoncie danych jest możliwe, to znaczy, że posiadamy odpowiednio długie szeregi danych do przeprowadzenia takiej procedury; wtedy napotkalibyśmy na oczywisty i niemożliwy do wyeliminowania problem braku stacjonarności.

Najlepiej problem ten jest widoczny, gdy spróbujemy sobie wyobrazić wydarzenie 1000-letnie. Jak już wcześniej stwierdzono, próba wyobrażenia sobie zdarzenia umiejscowionego w przyszłości „za 1000 lat”, jak i tego z przeszłości „sprzed 1000 lat” jest niedorzeczna. Jeśli zaś nie możemy

sobie wyobrazić zdarzeń sprzed 1000 lat, nie możemy, co oczywiste, zakładać tożsamości tamtych obserwacji z dzisiejszymi. Nie jest to proces stacjonarny, nie jest i.i.d.

Jako, że wymogu takiego testu nie ma, problemu de facto też nie ma. Zresztą nie ma go też z innego powodu – banki nie posiadają takich długich szeregów danych, co najwyżej kilkadziesiąt lat, częściej jednak kilkanaście. Skoro zaś nie ma problemu testowania zdarzeń oddalonych od teraźniejszości o tysiąc lat, znika też pojęcie zdarzenia 1 raz na 1000 lat, które na tym polu mogłoby się pojawić.[33] Procedura testowania nie jest więc miejscem, gdzie pojęcie 1000-letnie ma swoje realne zastosowanie.

8.4 Kalibracja modeli unieważnia definicję 1 raz na 1000 lat

Brak sformułowanych metod backtestu dla modeli ryzyka kredytowego i operacyjnego nie powinno być postrzegane jako luka regulacyjna. Rzeczywiście, trudno jest sobie wyobrazić sposób, w jaki można by było przeprowadzić test przekroczeń przy takich parametrach (kwantyl 0.999 i roczny horyzont czasowy). Co jednak gdybyśmy obniżyli oczekiwany poziom bezpieczeństwa do poziomu 0.9 – tak jak w metodzie pośredniej backtestu wskazanej w poprzednim rozdziale? Wtedy backtest wydaje się wykonalny.

Gdyby backtestowano kwantyl 0.9, co przy rocznym horyzoncie czasowym dawałoby oczekiwanie 1 przekroczenia raz na 10 lat, należałoby powrócić do kwestii stacjonarności. Musielibyśmy rozważyć problem porównywalności między sobą tych 10 lat, które do takiego testu zostałyby użyte. Rzeczywistość społeczno-ekonomiczna zmienia się w takim tempie, że już na początku rozważań, posługując się pierwszą dostępną intuicją, stwierdzilibyśmy niestacjonarność procesu nawet dla tak krótkiego okresu. Czy to jest problem? Niekoniecznie.

8.4.1 Kalibracja modeli osadza model w bieżącej rzeczywistości

Zwróćmy uwagę na fakt, że w praktyce modele ryzyka, w tym przypadku kredytowego czy operacyjnego, są regularnie kalibrowane. Takie jest oczekiwanie regulatora. Częstotliwość procesu kalibracji nie przekracza zaś roku, a często jest to miesiąc. Oznacza to, że model, przy najmniej na poziomie postulowanym, podąża za zmieniającą się rzeczywistością. To zaś umożliwia odwrócenie rozumowania, które zwykle przyjmujemy gdy rozważamy pojęcie stacjonarności. Zamiast oczekiwać stabilności rzeczywistości na przestrzeni czasu (lub ją skalować, żeby taką stabilność osiągnąć), możemy zaakceptować jej zmienność i podążać za nią z naszym modelem. Takie podejście unieważnia idee backtestowania – a ta idea wymagała stacjonarności. Brak zdefiniowanych przez nadzorcę metod testowania dla modeli ryzyka kredytowego i operacyjnego nie musi więc stanowić problemu.

Jeśli jednak kalibrujemy model w sposób ciągły, to proces ten tym bardziej umacnia nas w podstawowej interpretacji poziomu bezpieczeństwa, przez taki model zwracanego. Przesuwając się

[33] Tak samo jak na polu backtestu w ryzyku rynkowym pojawia się pojęcie zdarzenie 100-dniowego.

z naszym modelem wraz ze zmieniającą się rzeczywistością, niezmiennie oczekiwać będziemy tego samego – żeby nie wystąpiło przekroczenie kapitału zabezpieczającego w założonym horyzoncie czasu (rok). Poziom bezpieczeństwa, czyli prawdopodobieństwo braku przekroczenia, określa kwantyl 0.999. Oznacza to, ze w najbliższym roku chcemy mieć pewność 99.9%, że przekroczenie nie nastąpi. W każdym kolejnym roku, po przesunięciu modelu, interpretacja będzie taka sama i zawsze odnosić się będzie właśnie do tego roku, na jaki wskazuje horyzont czasowy – roku najbliższego.

Widać zatem, że sam wymóg kalibracji modeli, przywraca nas do intuicyjnej – ułożonej na mapie prawdopodobieństwa, a nie czasu – interpretacji wyników modelu. Nie ma tu więc miejsca na interpretacje temporalną – 1 raz na 10 lat, czy też 1 raz na 1000 lat. Nie może pojawić się pojęcie zdarzenia 1000-letniego.

8.4.2 Hydrolodzy nie „kalibrują" wałów co rok

Warto w tym miejscu wrócić na moment do obszaru hydrologii. Istnieje zasadnicza różnica w koncepcji systemów bezpieczeństwa: hydrologicznego i finansowego. Różnica ta wynika z faktu, że bariera ochronna w świecie hydrologii jest fizycznie istniejącą zaporą, natomiast w sektorze finansowym bariera ta to jedynie zapis na koncie – wartość kapitału zabezpieczającego. Wały przeciwpowodziowe, raz zbudowane, muszą w tym kształcie istnieć przez długi okres czasu i konstrukcja ta ma chronić społeczeństwo przed wydarzeniami, które mają nadejść w ciągu T lat. Kwestia stacjonarności ma tu zatem fundamentalne znaczenie. Konstruując taką zaporę chcemy mieć pewność, że znamy przestrzeń możliwych wydarzeń (poziomów wody) w przyszłości – zakładamy, że zjawisko to jest stacjonarne. Potrzebujemy tego założenia właśnie dlatego, że nie mamy możliwości przebudowy zapory przeciwpowodziowej. To zbyt złożony i kosztowny projekt. Zapora taka musi przetrwać przez kilkadziesiąt lat.

W przypadku zapory finansowej, w skonstruowanym, przez regulatora systemie bezpieczeństwa, taką możliwość częstej kalibracji mamy. Przeliczenie modelu, na nowszych danych nie jest procesem kosztownym. Modele podążają więc za rzeczywistością, niestacjonarność rzeczywistości w takim podejściu nie jest więc problemem kluczowym.

8.5 1 raz na 1000 lat – artefakt pusty

Jak próbowano tu wykazać, zdarzenie 1000-letnie nie jest definicją wbudowaną w profil ryzyka banku, nie jest więc pojęciem, które można odczytać z mechaniki modelu ryzyka. Pojęcie to jest jedynie pewną etykietą statystyczną, skrótem myślowym, przybliżeniem, które jak należy przypuszczać miało pomóc w opisie zdarzeń skrajnych. Należy jednak pamiętać, że etykieta ta została wyprowadzona na pewnej mapie pojęciowej i tylko na niej utrzymuje swoje znaczenie. W świecie finansów, naturalnym miejscem, gdzie taka mapa pojęciowa jest wykorzystywana, a wraz z nią sankcjonuje się pojęcie zdarzenia T-okresowego, jest obszar backtestowania modelu. O ile jednak taka procedura testowa została sformułowana dla ryzyka rynkowego, to już dla ryzyka kredytowego i operacyjnego, gdzie mowa o kwantylu 0.999 i horyzoncie rocznym, już nie. Nie da się więc

wyprowadzić pojęcia zdarzenia 1000-letniego, bo nie istnieje przestrzeń dla takiego wyprowadzenia. Próba zbudowania takiej konstrukcji testowej, czysto teoretyczna, napotkałaby barierę w postaci braku stacjonarność zjawiska na takiej przestrzeni czasu, co również uniemożliwiłoby sformułowanie pojęcia 1000-letniego. Patrząc z innej strony, idea kalibrowania modeli, a więc dostosowywania ich do zmieniającego się świata, osadza model w rzeczywistości tu i teraz i wskazuje na czysto probabilistyczną, a nie czasową, interpretację poziomów bezpieczeństwa wyrażonych kwantylem 0.999. To zaś również wyklucza możliwość stosowania interpretacji typu 1 raz na 1000 lat.

Wiele wskazuje na to, że mamy do czynienia z próżnią aksjomatyczną dla definicji zdarzenia 1000-letniego. Nie chodzi tu oczywiście o szeroko rozumiane pole aksjomatyczne. Na rozległej mapie pojęć i definicji, zdarzenie 1000-letnie da się wyprowadzić, tak jak dało się to zrobić w ramach dyke project, przy budowie wałów przeciwpowodziowych. Chodzi tu raczej o regulacyjną przestrzeń aksjomatów oraz praktycznych definicji i stosowanych podejść. Na tej mapie trudno bowiem znaleźć rozumne wyprowadzenie pojęcia zdarzenia 1000-letniego, jako punktu odniesienia dla poziomu bezpieczeństwa, do jakiego powinny kalibrować się modele ryzyka.

Wydaje się zatem, że pojęcie zdarzenia 1 raz na 1000 lat, tak rozpowszechnione w świecie finansów, jest tylko pewnym artefaktem[34], a dodatkowo artefaktem pustym. Pojęcie to wydaje się nie mieć żadnego wytłumaczalnego zastosowania. Nie wnosi również żadnej wartości dodanej – nie pomaga lepiej zinterpretować wyników modeli na mapie realnie działającej, i manifestującej się w postaci odnotowywanych na kontach księgowych strat, rzeczywistości. Może więc pojęcie to jest po prostu niepotrzebne?

9 Problemy z fałszywymi uproszczeniami

9.1 Hydrologia wykazuje niestosowalność definicji powodzi 100-letniej

Na problem nieporozumień związanych z odczytem prawdopodobieństw w obszarze hydrologii wskazuje wielu autorów. Read i Vogel (2015) wyjaśniają, że pojęcie „100-letniej powodzi" funkcjonowało przez długie lata jako koncepcja regulacyjna, zatwierdzona jeszcze w latach 70-tych. National Flood Insurance Program (NFIP) i FEMA przyjęły taką definicję w celu standaryzacji oceny ryzyka powodziowego[35]. Pielke (1999) wskazuje na powszechne niezrozumienie pojęcia częstości powodzi, a więc interpretacji 100-letniej powodzi jako zdarzenia, które może mieć miejsce 1 raz na 100 lat:

[34] Efektem ubocznym przyjętego systemu pojęciowego.

[35] Należy dodać, że po latach kalibracji definicji poziomu ryzyka dziś NFIP definiuje powódź 100-letnią przez odniesienie prawdopodobieństwa szkód powodziowych do okresu typowego 30-letniego kredytu hipotecznego (Read i Vogel, 2015).

> According to the World Meteorological Organization's International Glossary of Hydrology, 'flood frequency' is defined as 'the number of times a flood above a given discharge or stage is likely to occur over a given number of years' (WMO, 1993). In the United States, flood frequencies are central to the operations of the National Flood Insurance Program, which uses the term 'base flood' to note 'that in any given year there is a one percent chance that a flood of that magnitude could be equalled or exceeded' (FIFMTF, 1992, p. 9-7). The 'base flood' is more commonly known as 'the 100-year flood' and is 'probably the most misunderstood floodplain management term' (FIFMTF, 1992, p. 9-7).

I dalej: "Misconceptions about the meaning of the term creates obstacles to proper understanding of the flood problem and, consequently, the development of effective responses." Pielke podkreślał również jakie znaczenie mają praktyczne nieporozumienia, które z takich błędnych definicji wynikają:

> First, there is general confusion among users of the term about what it means. Some use the term to refer to a flood that occurs every 100 years, as did the Midwestern mayor who stated that 'after the 1965 flood, they told us this wouldn't happen again for another 100 years' (IFMRC, 1994, p. 59). Public confusion is widespread: A farmer suffering through Midwest flooding for the second time in three years complained that 'Two years ago was supposed to be a 100-year flood, and they're saying this is a 75-year flood, What kind of sense does that make? You'd think they'd get it right' (Peterson, 1995).

Natomiast Read i Vogel (2015) odnoszą się do społecznych skutków błędnego zrozumienia ryzyk:

> The consequences of misinterpreting the expected waiting time to an extreme event do not only impact the physical system but also impact perceptions of individuals interacting with the floodplain. […] floodplain residents generally expect to be protected for a particular average return period and have little understanding of the true risk of flooding during their lifetimes.

Dalej piszą zaś o psychologicznych przeszkodach w komunikacji ryzyk oraz błędnych heurystykach wykorzystywanych w ocenie niebezpieczeństw:

> Risk communication is itself a complex issue, as empirical research suggests that obstacles to understanding risks from natural hazards often require strategies deeper than presenting facts, such as using tactics to dispel heuristics and preconceived mistaken theories […]

Read i Vogel konstatują, że definicja okres powrotu i komunikowanie ryzyka za jej pomocą jest problematyczne nawet w warunkach stacjonarności. Definicja ta nie komunikuje prawdziwego ryzyka katastrofy. Dodatkowo, interesariusze, w tym: politycy, inżynierowie, ubezpieczyciele, a także obywatele źle interpretują okres powrotu właśnie jako „raz na 100 lat". W warunkach niestacjonarności[36], jak twierdzą, jest jeszcze gorzej. Okres powrotu nie zależy już od stałego prawdopodobieństwa p, teraz p zmienia się w czasie, a to oznacza niestabilność interpretacji tzw. 100-letniej powodzi.

[36] A ta, jak już wcześniej napisano, została już w hydrologii stwierdzona.

9.2 Jak poprawnie interpretować prawdopodobieństwa?

Stedinger, Vogel i Foufoula-Georgiou (1993), wyjaśniają na czym polegają błędne interpretacje prawdopodobieństw w hydrologii:

> Return period is a means of expressing the exceedance probability. Hydrologists often speak of the 20-year flood or the 1000-year rainfall, rather than events exceeded with probabilities of 5 or 0.1 percent in any year, corresponding to chances of 1 in 20, or of 1 in 1000. Return period has been incorrectly understood to mean that one and only one T-year event should occur every T years. Actually, the probability of the T-year flood being exceeded is 1/T in every year.

Pielke (1999) potwierdza, że jedyną poprawną definicją dla zdarzenia 100-letniego jest: „[...] flood that has a one percent chance of being exceeded in any given year." Dalej zaś zwraca uwagę, że 100-letnia powódź nie jest konceptem naturalnym, wynikającym z wbudowanych cech natury. To raczej definicja skonstruowana przez naukowców i inżynierów, opracowana na podstawie historycznych obserwacji, która powinna być dynamiczna ze względu na zmiany warunków naturalnych, a także pojawiające się nowe obserwacje.

Pielke zauważa również, że definicje nadzorcze nie są tak łatwe do zmiany. Mając więc świadomość bezwładności przyjętych definicji („100-letnia powódź") zalecał zmianę w sposobie komunikowania. „Powódź o jednoprocentowym rocznym prawdopodobieństwie" jest komunikatem zgodnym z mechaniką narzędzi statystycznych, które do kalkulacji ryzyk powodziowych zostały wykorzystane. Taki, prawdziwy komunikat, jak twierdzi, ma szansę uchronić opinie publiczną przed mylnym rozumieniem rzeczywistego poziomu bezpieczeństwa. Nie oznacza to oczywiście, że teraz będzie to lepiej zrozumiane, trudno oczekiwać od społeczeństwa znajomości praw probabilistycznych. Unikniemy jednak fałszywych, nie zgodnych z rzeczywistością, komunikatów o bezpieczeństwie 100-letnim.

9.3 Świat finansów używa artefaktu: zdarzenie 1000-letnie

Przez dwadzieścia lat funkcjonowania pakietu Bazylei II system finansowy funkcjonował w systemie pojęciowym, gdzie zdarzenie 1000-letnie było ważnym obiektem wyobrażeniowym. Obiektem, do którego należało kalibrować poziomy bezpieczeństwa modeli ryzyka. Pokryzysowa reforma przepisów miała odpowiedzieć na zdiagnozowane problemy funkcjonującej architektury bezpieczeństwa. W nowej, zrewidowanej, architekturze nie zakwestionowano jednak koncepcji stosowania modeli wewnętrznych, jako narzędzi do kalkulacji wskaźników kapitałowych. Wskazano jednak na potrzebę zmian w ramach regulacyjnych, takich, które przywrócą wiarygodność w kalkulacji RWA. W tym duchu dokonano pewnych zmian w systemie, niektórych nawet istotnych. Co jednak ważne, system aksjomatów pozostał nienaruszony. W CRR III (EU, CRR III, 2024) wciąż mamy kwantyl 0.999 i jego dorozumianą interpretacje czasową.

Tymczasem, podobnie jak w hydrologii, gdzie odnoszono się do zdarzenia 100-letniego, pojęcie zdarzenia 1000 letniego w świecie finansów nie jest konceptem naturalnym, wynikającym z wbudowanych praw natury, w tym przypadku natury zjawisk społeczno-ekonomicznych. To konstrukcja inżynierska, w tym przypadku z obszaru szeroko rozumianej „inżynierii finansowej". Konstrukcja ta jednak, w niczym nie wydaje się pomocna. Nie pomaga w procesie budowy modelu, nie pomaga również w procesie jego weryfikacji empirycznej – nie istnieje procedura backtestu dla zdarzenia 1000-letniego. Jest również zupełnie nieprzydatna przy ocenie jakościowej modelu, w momencie gdy próbujemy zderzyć wynik modelu na kwantylu 0.999 z rzeczywistością. Wtedy obiekt wyobrażeniowy - zdarzenie 1000-letnie – również nie daje żadnej podpowiedzi. Jest więc bezużyteczna.

Nie prowadzi się jednocześnie, przynajmniej w głównym nurcie, czy to regulacyjnym, czy akademickim, debaty na temat zastosowania tej rozpowszechnionej etykiety statystycznej. Debaty, podobnej do tej, jaką przeprowadzono w świecie hydrologii. Do dyskusji takiej powinny jednak prowokować wydarzenia obserwowane w otaczającym nas świecie, w szczególności w tej części świata, którą mamy ambicje opisywać.

Acharya, Brunnermeier i Pierret (2024), a także Reinhart i Rogoff (2009) listują wydarzenia kryzysowe w ostatnim stuleciu. Odnotujemy tam kilkadziesiąt epizodów kryzysowych, kilka z nich wydarzyło się już po kryzysie 2008 roku. Jeśli więc zabezpieczamy się na poziomie zdarzenia 1000-letniego, jak wytłumaczyć te kilkadziesiąt obserwacji kryzysowych w ciągu stu lat. To dokładnie problem, który zauważono w obszarze hydrologii – przecież tam również powszechnie mówi się o tym, że powodzie 100-letnie są częściej niż raz na 100 lat.[37] Mamy więc prawdopodobnie do czynienia z błędnie zdefiniowaną, lub co najmniej niejasną w stopniu wystarczającym do stwierdzenia jej bezużyteczności, definicją. To musi prowadzić do, mających skalę globalną, niejasności, co do realnego poziomu bezpieczeństwa systemu finansowego. Nie posiadamy adekwatnego systemu pojęciowego do formułowania parametrów bezpieczeństwa i ich pomiaru. To skutkuje trudnościami w komunikacji pomiędzy podmiotami rynku, którzy ten system tworzą, jak również w komunikacji ze społeczeństwem, które jest uczestnikiem tego systemu.

Istnienie w oficjalnym systemie pojęciowym takiego artefaktu nie jest bezkosztowe. Kosztem jest oderwanie warstwy aksjologicznej architektury bezpieczeństwa od realnego świata i jego mechanik. Materializacją tego kosztu są obserwowane z dużą częstotliwością epizody kryzysowe, które nie pasując do zbudowanej przez nas mapy pojęciowej, wciąż wydają się zaskakujące. Poprzez takie wydarzenia opłacany jest rachunek za niedostosowanie projektu architektury bezpieczeństwa

[37] Należy zauważyć, że w porównaniu z hydrologią, w świecie finansów taki rejestr przekroczeń (czyli kryzysów) jest dużo bardziej kłopotliwy. Zarówno Acharya, Brunnermeier i Pierret (2024), a także Reinhart i Rogoff (2009) zwracają uwagę na kwestie definicji wydarzenia kryzysowego - bardzo niejednorodną, a także problemu jego prawidłowego datowania. Kryzysy mają również różną siłę i zasięg, co stanowi dodatkową trudność przy takiej klasyfikacji. Porównania zdarzenia 1000-letniego (np. 1000-letniego kryzysu) z realnie występującymi wydarzeniami kryzysowymi, które trudno jest dokładnie zmierzyć, nie ma tu więc charakteru ściśle matematycznego. Miało jedynie na celu wykazanie pewnych niespójności aksjomatycznych pomiędzy oczekiwaną przez architekturę bezpieczeństwa liczbę kryzysów (1 raz na 10000 lat), a realną, daleką od tej oczekiwanej, liczbą rzeczywistych wydarzeń kryzysowych.

do świata, w którym projekt ten powinien być osadzony. Pojęcie zdarzenia 1000-letniego lub bezpieczeństwa 1000-letniego pełni, w takiej konstrukcji wyobrażonej, jak się wydaje, rolę heurystyki fałszywego komfortu[38]. To, że fałszywego, jest właśnie wykazywane za każdym razem, gdy kryzys się materializuje. Jak stwierdził Pielke (1999), odnosząc się do świata hydrologii, definicje nadzorcze nie są jednak łatwe do zmiany. Zasada ta, co można było zaobserwować na przestrzeni ostatnich dwudziestu lat, niemal dosłownie replikuje się w świecie regulacji finansowych.

10 Jak wygląda system bezpieczeństwa w niejasnym środowisku pojęciowym

10.1 Regulator wprowadza alternatywną linię rozumowania

Co ciekawe, regulator, wyznaczył też drugą, konkurencyjną dla temporalnej (zdarzenie 1 raz na 1000 lat) linię rozumowania odnośnie kwantyla 0.999. W dokumencie (BIS, BCBS, 2005), uzasadnił poziom skrajności kwantyla potrzebą ujęcia, w tym właśnie miejscu (w kwantylu o odpowiednim poziomie skrajności), błędów estymacyjnych, a także innych niepewności modelu:

> The confidence level is fixed at 99.9% […] This confidence level might seem rather high. […] The high confidence level was also chosen to protect against estimation errors, that might inevitably occur from banks' internal PD, LGD and EAD estimation, as well as other model uncertainties. The confidence level is included into the Basel risk weight formulas and […] used to provide the appropriately conservative value of the single risk factor.

Jorion (2007), a także kilku innych autorów, również przytacza te interpretację poziomu skrajności kwantyla: "Also, "the high confidence level was also chosen to protect against estimation errors" in the parameters and other model uncertainties."

Regulator uzasadniając poziom 0.999 posługuje się wiec pojęciem konserwatyzmu, a to pojęcie odnosi raczej do kwestii technicznych, związanych z procesami estymacyjnymi lub ogólnie z procesem budowy modelu. Oczywiście podniesienie kwestii estymacji dalekich kwantyli jest w pełni zasadne. Problem estymacji kwantyli rzędu 0.99, 0.999 i dalszych na prawdę istnieje - na problem

[38] Taki wniosek sformułowali np. Laubsch i Ulmer (1999). Autorzy dyskutują z aksjomatem wyższego konserwatyzmu wyższych kwantyli podnosząc kwestie fałszywego poczucia bezpieczeństwa: „Some maintain that using a higher level of confidence, such as 99.9%, would be more conservative. One might also reason, however, that a higher confidence level can lead to a false sense of security."

wskazuje jednoznacznie wielu autorów np. Kupiec (1995), Jorion (2007)[39], Danielsson (2000)[40], Laubsch i Ulmer (1999)[41]. Trudno jest jednak wykazać, że błędy modelu i błędy estymacyjne powinny przesunąć poziom zabezpieczenia właśnie do poziomu skrajności wyrażonego przez kwantyl 0.999.[42]

Jeszcze trudniej, w kontekście przytoczonych powyżej zapisów, prawidłowo zdefiniować teraz znaczenie kwantyla 0.999. Nadzorca, w sąsiadujących po sobie zdaniach, odwołuje się do dwóch różnych logik. Najpierw posługuje się definicją temporalną wyprowadzoną, jak można przypuszczać, z systemu pojęciowego, w którym umiejscowione jest pojęcie okresu powrotu. Zaraz potem informuje, że ten poziom skrajności nie wynika z wyobrażonego zdarzenia 1000-letniego, lecz z niepewności, które swoje źródła mają w procesach estymacyjnych. Trudno powiedzieć zatem, czy kwantyl 0.999 to bardziej obraz zewnętrznego zdarzenia pojawiającego się rzadko, raz na 1000 lat, czy zabezpieczenie techniczne procesów estymacyjnych.

10.2 Banki wypracowują własne definicje → dyspersja wyników modeli

Ostatecznie, napotykając trudności z przyjęciem adekwatnej definicji kwantyla 0.999, każdy bank, jak można przypuszczać, wypracowuje swoje własne, indywidualne definicje. To skutkuje adekwatnym, do przyjętej na własne potrzeby definicji, sposobem zasilenia modelu danymi. Takimi, które do oszacowania wartości na takim, rozumianym po swojemu kwantylu, mogą posłużyć. To zaś może prowadzić do możliwych, sięgających nawet rzędu wielkości, rozbieżności w oszacowaniach kapitałów, nawet dla bardzo podobnych banków. Skoro nie ma jasnej definicji każdy może

[39] Jorion (2007) opisał trudności z wiarygodnym oszacowaniem dalekich kwantyli. Wskazał na metody wyznaczania przedziałów ufności wokół estymatorów skrajnych kwantyli, zarówno dla podejścia parametrycznego (opartego na rozkładzie normalnym), jak i nieparametrycznego (rozkład empiryczny). Autor stwierdza występowanie coraz niższej jakości estymatorów, przy wzrastającym poziomie skrajności kwantyli.

[40] Badania empiryczne przeprowadzone przez Danielsson (2000) na modelach ryzyka rynkowego (Normal GARCH, Student t GARCH, Historical simulation, EVT) przy poziomach ufności: 0.95, 0.99, 0.999 również to potwierdziły. Danielsson napisał: „the results are depressing", komentując zaobserwowaną zmienność wartości użytego w badaniu wskaźnika violation ratio.

[41] Laubsch i Ulmer (1999) zwracają uwagę na kłopoty z estymacją wysokich kwantyli, zaznaczając jednak, że w przypadku modelowania ryzyka kredytowego i kapitałów trudno jest od tak wysokiej kalibracji kwantyli uciec. Nie wskazują jednak drogi jak sobie z tym poradzić: "Furthermore, due to fat-tailed market returns, a high confidence level VaR is difficult to model and verify statistically. VaR models tend to lose accuracy after the 95% mark and certainly beyond 99%. Note, however, that when using VaR for measuring credit risk and capital, we should apply a 99% or higher confidence level VaR because we are concerned with low-probability, event-driven risks (i.e., tail risk)."

[42] Kwestia ta jest szczegółowo rozważana w dokumencie (EBA, 2021). Autorzy badają tam problem błędów estymacji dalekich kwantyli modelu IRB, analizując możliwości pokrycia błędów estymacyjnych kwantyli na niższych poziomach (np. 0.99 lub 0.995) poprzez ustanowienie kwantyla bardziej konserwatywnego 0.999. Publikacja, będąc silnie skupiona wokół problemu kwantyla 0.999 (w modelu IRB) i jego adekwatności, w ogóle nie podnosi kwestii interpretacji czasowej kwantyla.

przecież na swój sposób przeprowadzić śledztwo w sprawie interpretacji pojęcia zdarzenia 1000-letniego.

Warto w tym miejscu przypomnieć, że konstrukcja bariery antykryzysowej, w przeciwieństwie do fizycznie istniejącej zapory przeciwpowodziowej, jest obiektem wirtualnym. Na poziomie pojedynczej instytucji zapora ta istnieje jako kapitał zabezpieczający, zapis na koncie, a wielkość tego zapisu wyznaczają właśnie modele ryzyka. Przy niejasności definicji nadzorczych, taki obiekt wyobrażeniowy łatwo jest negocjować. Skoro nie wiadomo przed czym realnie się zabezpieczamy, nie istnieje też żadne narzędzie przytwierdzające model i jego wyniki do rzeczywistości, bez większego trudu da się znaleźć argumentacje dla różnych, różniących się nawet o rząd wielkości, wyników na kwantylu 0.999 takiego modelu. Być może więc to właśnie ten niejasny system definicji i pojęć jest głównym składnikiem agregatu nazywanego ryzykiem modeli. Może właśnie materializację tego ryzyka zauważył regulator zauważył w swojej refleksji (BIS, BCBS, 2017):

> At the peak of the global financial crises, a wide range of stakeholders – including academics, analysts and market participants – lost faith in banks' reported risk-weighted capital ratios. The Committee's own empirical analyses highlighted a worrying degree of variability in the calculation of RWAs by banks."

Danielsson i in. (2014) analizowali rozbieżności w raportowanych wynikach modeli[43] w czasach „normalnych", jak również w okresach kryzysowych. Autorzy zauważyli dość wysoką spójność wskazań modeli w czasach stabilnych, ale istotne rozbieżności w okresach dużej zmienności wartości rynkowych. Ryzyko modeli, a więc ryzyko niepoprawnych, nieadekwatnych wskazań rośnie zatem w czasach niepewności – modele zawodzą właśnie wtedy, gdy najbardziej ich potrzebujemy. Jak należy przypuszczać autorzy zastosowali spójny system pojęciowy dla wszystkich przeliczanych modeli, w szczególności w odniesieniu do stosowanych miar i ich poziomów ufności (VaR 99%). Pomimo zachowania spójności na tym fundamentalnym poziomie dostrzegają problem dyspersji wyników modelu w okresach kryzysowych. Można więc bez większego ryzyka błędu założyć, że główny problem, do którego odnosi się niniejsza praca – regulacyjna niejasność definicyjna, w tym w szczególności niejasna interpretacja podstawowego parametru bezpieczeństwa – kwantyla 0.999, taką dyspersję dodatkowo wzmacnia, w skali trudnej do zmierzenia.

10.3 Jak wygląda sytuacja nieoczekiwana na kwantylu 0.999?

Dodatkowym problemem jest brak debaty odnoszącej się do kształtu sytuacji nieoczekiwanej dla poszczególnych ryzyk. Zagrożenia powinny być nazwane, a ich mechaniki opisane. Wtedy, weryfikując model można odnieść poziom zabezpieczenia przez ten model wyznaczonego do sytuacji, do której ten poziom powinien się odnosić.

Model IRB, z predefiniowanym rozkładem normalnym i mechaniką (dane o szkodowości PD_ECL i przesuniecie tej wartości do kwantyla 0.999) wskazuje na pewne założenia dotyczące

[43] Autorzy badali modele ryzyka rynkowego.

sytuacji nieoczekiwanej. Założenia te są w te metodę wbudowane. Sytuacja nieoczekiwana polega na przesunięciu, wyrażonego w %, poziomu szkodowości: z poziomu oczekiwanego (kwantyl 0.5) do poziomu skrajnego (kwantyl 0.999). Ten zaś skrajny poziom szkodowości (%) przykłada się do liczby klientów. Zatem, pominąwszy tu dla uproszczenia kwestie LGD, sytuacja nieoczekiwana polega na skrajnym (na kwantylu 0.999) zwiększeniu liczby klientów, którzy wejdą w stan default w takim krytycznym roku (horyzont czasowy: rok). Przemilcza się tu kwestię wartości ekspozycji. Należy po prostu do tej logiki pogorszenia szkodowości (pogorszenia PD) przyłożyć wartość EAD, nie stresując tej drugiej. Nie zakładamy zatem, że w sytuacji krytycznej nastąpi zdominowanie całkowitej szkodowości przez proces dotkliwości, a więc to nie duże wolumeny (większe niż w sytuacji zwyczajnej) będą powodować sytuacje kryzysową. Powodować ją będzie liczebność defaultów (zwiększenie PD do kwantyla 0.999). Dodatkowo, co również da się wyczytać z predefiniowanej przez regulatora formuły, oczekujemy, że sytuacją kryzysową bardziej dotknięte zostaną ekspozycje o dobrej jakości. Wskazuje na to wbudowany w formułę współczynnik korelacji, który powoduje, że w relacji względnej[44], przesuniecie PD do kwantyla 0.999 jest wyższe dla lepszych, o niższych oczekiwanych PD, ekspozycjach. Kryzys w ryzyku kredytowym oznacza więc dużą liczbę defaultów, a fala kryzysowa mocniej dotyka lepszych, niż gorszych – tyle da się wyczytać z formuły regulacyjnej. Być może jednak, to co wynika z mechanizmu obliczeniowego, powinno zostać wprost zdefiniowane w podstawowych dokumentach, uzasadnione i wytłumaczone. Tak, żeby konstruktor modelu rozumiał, jak wygląda sytuacja, która nam zagraża. To z pewnością pomogłoby zbudować model, na taką sytuację przygotowany.

W metodzie AMA kwestia, czym jest sytuacja skrajna, była jeszcze mniej jasna. Framework regulacyjny predefiniował kilka elementów, w tym koncepcję aktuarialną, dla budowli modelarskich, zaś kształt sytuacji nieoczekiwanej miał powstać sam z siebie, w wyniku gry sił, które taki model powinien uwzględnić. Teoretycznie więc model mógł wygenerować sytuacje nieoczekiwaną, taką, w której dominuje zjawisko częstości, podobnie jak w IRB, a więc to duża liczba zdarzeń o niewielkiej wartości powoduje sytuacje kryzysową. Z drugiej strony mógł też wygenerować sytuację nieoczekiwaną zdominowaną przez proces dotkliwości. Wtedy wydarzenie skrajne to pojedyncza, ekstremalna strata. Oczywiście w praktyce rozwiązania modelarskie mogły poruszać się gdzieś pomiędzy tymi skrajnościami. Jednak, jak wykazuję w (Buczak, 2026b) to właśnie ta druga sytuacja – dominacja przez pojedynczą, ekstremalną stratę – musiała wyodrębnić się z modelu zbudowanego zgodnie z frameworkiem AMA. Co ciekawe, jak się wydaje wyodrębniała się ona, nie dlatego, że taka była intencja regulatora, lecz raczej przez przypadek, w wyniku predefiniowanych założeń. Czy to zaskakujące? Nie, wszak to właśnie pojedyncze straty, o ekstremalnych wartościach spowodowały upadki banków z tytułu ryzyka operacyjnego (ataki hakerskie, oszustwa wewnętrze itd.). Czy jednak wyłonienie się takiej sytuacji było zaplanowane? Też, raczej nie. Framework AMA, był niezwykle złożony, zdecydowanie ponad potrzebę. Skoro znana była sytuacja nieoczekiwana, wystarczyłby o kilka poziomów mniej złożony framework, który pewnie dużo lepiej spełniłby swoją rolę, niż funkcjonująca przez 20 lat metoda.

[44] Iloraz wartości PD na kwantylu 0.999 i wartości PD na poziomie oczekiwanym (PD_ECL).

Problem leży więc w tym, że być może brakuje w regulacyjnym systemie pojęć, fundamentalnych struktur, na przykład takich jak kształt sytuacji nieoczekiwanej odnoszący się do każdego ze skatalogowanych w filarze I ryzyk. Istnienie definicji sytuacji skrajnych i mechanik ich powstawania być może pomogłoby w konstrukcji lepiej dobranych frameworków oraz, co równie ważne, pozwoliłoby odbiorcom tych przepisów lepiej rozumieć kształt niebezpieczeństw i odpowiednio do tego kalibrować budowane przez nich modele. To, że świat ryzyk finansowych funkcjonuje w środowisku niejasności odnoszących się do kluczowych pojęć Danielsson (2000) zauważył już w roku 2000. Autorzy stwierdzają, że większość statystycznego modelowania ryzyka opiera się na fundamentalnym niezrozumieniu własności ryzyka, brakuje fundamentalnych definicji: "In order to manage and regulate risk, we need a useful definition of risk. It is therefore unfortunate that no uniform definition of financial risk exists [...]". Dodają również, że regulacje bazylejskie nie wnoszą żadnej wartości dodanej w tej kwestii: "I fear that an implementation of the 2001 Basel–II proposals will not help in understanding the likelihood or the nature of financial crisis."

10.4 AMA - niezaplanowany transfer znaczeniowy kwantyla 0.999

W przypadku frameworku AMA, sformułowane przez regulatora wymagania oraz definicje dodatkowo prowadziły do pewnych osobliwości, które można było zaobserwować na konstrukcjach modelarskich na tych zasadach zbudowanych, od których to osobliwości w zasadzie nie można było uciec. Problem ten został opisany w publikacji Buczak (2026b).

Przy predefiniowanej konstrukcji aktuarialnej dla modelu ryzyka operacyjnego, a także wymaganym stosowaniu rozkładów gruboogonowych (regulator skonkretyzował do pojęcie i posługiwał się tzw. rozkładami sub-exponential) w opisie zjawiska dotkliwości, można było zaobserwować taką własność modelu, że ostateczny rozkład ryzyka operacyjnego (rozkład zagregowany) był zdominowany przez rozkład dotkliwości – rozkład pojedynczej straty. Oznaczało to, że wypracowywany w mozole finalny rozkład (rozkład zagregowany strat) był ostatecznie redukowany do rozkładu zjawiska dotkliwości, rozkład brzegowy dominował rozkład agregat. Dodatkowo, można było zaobserwować, że wymagany przez nadzorcę kwantyl, na poziomie którego miała zostać wyznaczona wartość kapitału regulacyjnego (kwantyl 0.999), po dokonaniu się wyżej opisanej dominacji, stawał się kwantylem o rząd wielkości (lub więcej, np. 0.9999, 0.99999 itd.) wyższym[45], niż ten sformułowany przez nadzorcę. Na koniec zaś, dało się zauważyć dość oczywisty efekt, że to jaka wartość straty znajdowała się na takim krytycznym kwantylu zależało przede wszystkim od liczebności tego zbioru, a ta zależała głównie od strat o niskiej wartości, nieważnych i pomijalnych, nie zaś od gromadzonych z takim trudem strat o wartościach ekstremalnych.

Takie niezaplanowane efekty, niezaplanowane gdyż nic nie wskazuje na to, że celowo taką strukturę we frameworku zaszyto, prowadziły do nowej, nie sformułowanej wcześniej interpretacji

[45] Kwantyl ten odczytywany był na rozkładzie agregacie. Jednak, w momencie gdy rozkład dotkliwości stawał się rozkładem zagregowanym, de facto był on odczytywany z rozkładu dotkliwości.

poziomu bezpieczeństwa. Nie był to kwantyl odczytywany z globalnego rozkładu zjawiska – rozkładu zagregowanego. Nie był to również kwantyl 0.999. Był to zaś kwantyl 0.9999 (lub wyższy), którego odczytu należało dokonać na rozkładzie pojedynczej straty. Mechanika takiej konstrukcji, predefiniowana poprzez system wymagań nadzorczych, zwracająca takie właśnie wyniki, na nowo prowokowała do stawiania pytań dotyczących interpretacji takich wyników, w kontekście definicji zdarzenia 1000-letniego. Prawdopodobnie, najbardziej uprawnioną interpretacją takiego wyniku modelu byłoby zdarzenie rzadkie, w takim sensie, że pojawia się rzadko w kontekście innych zdarzeń (obserwacji na rozkładzie pojedynczej straty) – gdyż właśnie na rozkład tych strat przetransferowano pojęcie rzadkości. Można by zatem sformułować pojęcie wydarzenia 10000-zdarzeniowego (przy wyniku kwantylowym na poziomie 0.9999), a więc takiego, które może pojawić się 1 raz na 10000 zdarzeń, które odczytujemy z rozkładu zjawiska dotkliwości pojedynczej straty. Pojęcie zdarzenia 1000-letniego zaś, w żaden sposób nie dawało się odnieść do takiej, w pewnym sensie predefiniowanej, konstrukcji modelarskiej.

10.5 A jeśli problem jest jeszcze głębiej: może ryzyko jest endogeniczne?

Być może wszystkie wcześniej wymienione definicje i metody należy unieważnić? Jeśli ryzyko jest endogeniczne, jak twierdzi Danielsson w swoim słynnym artykule „The Emperor has no Clothes" (2000)[46], sytuacja znacząco się „upraszcza". Jeśli to podmioty rynku generują ryzyko, gdzie regulacje i poziomy typu 0.999 są jedynie parametrem w takim procesie generowania ryzyk, to to oznacza, że nie jest ono zjawiskiem zewnętrznym. Nie można go zatem poddać modelowaniu z pozycji niezależnego obserwatora, który swoimi działaniami nie wpływa na jego poziom. Zatem cała dotychczasowa droga rozumowania jest bezprzedmiotowa.

Jeśli ryzyko jest endogeniczne, to nie jest losowe. Nie możemy zatem modelować go za pomocą zmiennej losowej zgodnie z prawidłami kombinatoryki, czy probabilistyki, mówiąc ogólniej. Zmienna binarna flagująca przekroczenia również nie jest zmienną losową, a więc nie jest możliwe złożenie ciągu takich zmiennych w rozkład dwumianowy, Poissona, czy geometryczny (gdy mowa o czasie do pierwszego przekroczenia). Konsekwencją tego jest brak możliwości sformułowania zdarzeń typu T-indeksowego, T-okresowego, czy też 1000-letniego. Możemy więc jednym ruchem unieważnić cały system pojęciowy. Pozostajemy wtedy bez narzędzi statystycznych w określaniu poziomu ryzyk i wypracowaniu poziomów bezpieczeństwa. Na taką bezużyteczność wskazanych w regulacji Bazylejskiej metod modelarskich wskazuje właśnie Danielsson (2000): "Risk modelling does, however, serve a function when implemented correctly internally within a firm, but its usefulness for regulatory purposes is very much in doubt for the present."

[46] Autor powołując się na prawo Goodharta: "Any statistical relationship will break down when used for policy purposes.", formułuje własną zasadę: "A risk model breaks down when used for regulatory purposes." Danielsson i Zigrand (2001) stwierdzają zaś, że same regulacje zmieniają zachowanie (apetyt na ryzyko) regulowanych instytucji.

To czy teza o endogeniczności ryzyka, całkiem zresztą wiarygodna, jest zgodna z rzeczywistością, czy nie, pozostawia się poza przedmiotem tej pracy. Problem został tu jednak przypomniany. Kwestia ta ma bowiem istotny wpływ na rozumowanie tu prowadzone i dodatkowo może unieważnić definicje typu zdarzenie 1000-letnie.

10.6 Skutki niejasnej mapy pojęciowej - fantomowa bariera antykryzysowa

Jakie są realne skutki funkcjonowania niejasnego systemu pojęciowego? Na poziomie podmiotów sektora finansowego funkcjonowanie niejasnych definicji skutkuje przede wszystkim dyspersją podejść modelarskich do oszacowania, istotnej dla całego systemu, wysokości bariery kapitałowej – sparametryzowanej na poziomie kwantyla 0.999. Skoro nikt nie wie jak należy taki daleki kwantyl interpretować, wyobrażenie sobie zdarzenia 1000-letniego jest zaś bezcelowe, każdy bank na swój sposób radzi sobie z interpretacją tej pozycji kwantylowej. Na swój sposób określa więc fundamentalny parametr systemu bezpieczeństwa. Z całą pewnością nie taki był zamysł regulatora, gdy formułował wspólny dla całego rynku parametr bezpieczeństwa wyrażony kwantylem 0.999

Być może więc, globalna zapora antykryzysowa realnie w ogóle nie istnieje. Jest bytem postulowanym, funkcjonującym jedynie w krwiobiegu regulacyjnym. Oczywiście, na poziomie instytucji finansowych są wyznaczane kapitały zabezpieczające. Problem jednak w tym, że nie istnieje sposób weryfikacji poprawności procesu ich wyznaczenia – trudno zatem stwierdzić na ile wiarygodne są te wyliczenia.

Globalny obraz takiego stanu rzeczy, globalna bariera antykryzysowa wygląda zatem jak usypany z różnych materiałów, przy różnych założeniach wał przeciwpowodziowy, który z lotu ptaka wygląda jak mało elegancka konstrukcja patchworkowa. Na różnych jego odcinkach za projekt odpowiedzialny był inny architekt, który prowadził swoje własne rozumowanie co do kształtu, budulca, jak i wysokości zapory. Oczywistym skutkiem takiego przebiegu prac jest nieszczelność zapory. Jeśli zaś ryzyko jest endogeniczne, to nie tylko nieszczelność jest problemem. Wtedy samo postawienie takiej bariery jest czynnikiem generującym ryzyko. Staje się ona parametrem w mechanikach, które za wytwarzanie ryzyk odpowiadają, powodując być może jeszcze większe ryzyka. To tak jakby podczas budowy wałów przeciwpowodziowych naruszyć naturalne mechanizmy świata przyrody, co skutkuje jeszcze większym ryzykiem powodziowym, niż to, na które byliśmy wyeksponowani przed ich budową.

Mechanizm kryzysowy wydaje się znany. Jak wiadomo woda najpierw przeciśnie się przez najsłabszy element, miejsce, gdzie bariera przeciwpowodziowa jest najniższa lub po prostu najsłabsza[47]. Woda, podobnie jak fala kryzysowa, szuka bowiem najsłabszego ogniwa systemu. Gdy takie znajdzie, zmiecie je z powierzchni ziemi. Inne ogniwa, z tamtym połączone siecią zależności kapitałowych lub chociażby siecią percepcyjną, która funkcjonuje w głowach uczestników rynku i w krytycznych momentach manifestuje się w postaci zbiorowej paniki, będą podmywane procesem

[47] Kiema i Jokivoulle (2013) wskazywali przecież na problem różnej jakości kapitału na dalekich kwantylach.

erozji i stopniowo też będą upadać. Wszystko to dzieje aż do momentu opanowania kryzysu, który nigdy nie wiadomo kiedy nastąpi.

10.7 W praktyce jest trochę lepiej

Może jednak nie jest tak źle i dzisiejsza architektura jest bardziej spójna niż obraz przedstawiony przed chwilą. Należy pamiętać, że (i) metoda AMA, która w swoje DNA miała wpisane najwięcej niejasności definicyjnych, została wycofana; (ii) w ryzyku rynkowym, gdzie definicja czasowa kwantyli wciąż istnieje, odnosi się ona do krótkich, niezbyt trudnych do wyobrażenia, okresów. Obecnie, po wdrożeniu CRR III (EU, CRR III, 2024), obliczenia na krytycznym kwantylu 0.999 dotyczą, w warstwie kapitału regulacyjnego, tylko modeli IRB. Tu zaś należy zwrócić uwagę na dwie kwestię.

Po pierwsze, model IRB został obudowany output floor, co znacznie ogranicza możliwość zmienności konstrukcji tego typu. Jak się jednak głębiej nad tym zastanowić, ten krok regulatora nie napawa optymizmem. Obudowano model buforami, gdyż, jak należy rozumieć, nie wierzymy w poprawność jego wskazań, lub przynajmniej wiemy, że może on wykazać niezrozumiałe i nieadekwatne dyspersje. To zaś jest ciekawe w kontekście drugiej kwestii, którą należy tu podnieść. Model IRB w swojej koncepcji nie przenosi dużego potencjału na niezrozumiałe zmienności. Ma on predefiniowany rozkład normalny, a kwantyl 0.999 jest odczytywany właśnie z tego lekko-ogonowego rozkładu.[48] Dodatkowo, wkładem dla tego modelu są wartości PD, czy też LGD, wyznaczone w procesie szacowania wartości oczekiwanych (ECL). Te zaś szacunki, nie cechują się dużymi dyspersjami. Procesy wyznaczania strat oczekiwanych są relatywnie łatwe, banki posiadają doskonałe rozwiązania modelarskie do szacowania wartości PD na krótkich flagach np. rocznych. Ostatecznie, mówiąc w pewnym uproszczeniu, model IRB korzysta z wysokiej jakości oszacowań wartości PD, które jako informacja wejściowa trafiają do predefiniowanego rozkładu normalnego, gdzie następuje proste przesunięcie do poziomu kwantyla 0.999, w ten sposób uzyskując sytuację nieoczekiwaną.

Może więc, pomimo wykazanych tu niejasności dotyczących pojęć aksjomatycznych, takich jak zdarzenie 1000-letnie, w praktyce, w realnym stosowaniu modeli IRB potencjał na nieadekwatne dyspersje jest niski?[49] Należy jednak pamiętać, że jest jeszcze drugi filar, a tam szeroki katalog

[48] Warto przypomnieć, że tę zamkniętą formułę frameworku IRB dokument (EBA, 2021) tłumaczy w taki sposób: "Under the regulatory framework, it is assumed that the set of observations available to the bank is too limited to provide a reliable estimate of the WCDR and, for this reason, a model is developed to provide an estimate."

[49] Należy zwrócić też uwagę na problem odwrotny. Jeśli modele IRB nie pozostawiają w zasadzie żadnej przestrzeni dla procesów modelarskich, to należy zadać pytanie, czy taka monokultura świata modeli jest korzystna, czy nie. Należy przynajmniej zastanowić się, czy kryzys 2008 nie osiągnął swojej skali właśnie dlatego, że taką monokulturę spenetrował i nie napotkał po drodze żadnego rozwiązania, które zbudowane byłoby w inny, niemożliwy do pokonania przez falę kryzysową, sposób. Nie chodzi tu jednak o różnorodność w odniesieniu do systemu pojęciowego, który jak próbuje się w tym opracowaniu wykazać, powinien być spójny, lecz dowolność budowy rozwiązań modelarskich w ramach spójnego systemu pojęciowego. Chodzi więc o to, żeby ci co budują modele jasno rozumieli cele, jakie należy osiągnąć, a teraz, rozumiejąc je, uruchomili różnorodność podejść, do osiągnięcia tych celi prowadzących. Model AMA

modeli kapitału wewnętrznego, które na kłopoty definicyjne jednak napotkają. Ostatecznie więc trudno jest obecnie oszacować skalę problemów, które mogą wyniknąć z braku przejrzystej struktury pojęciowej, przy bieżącym stanie architektury bezpieczeństwa.

11 Podsumowanie

Wszystko wskazuje na to, że pojęcie zdarzenie 1000-letniego nie jest integralną częścią koncepcji zarządzania ryzykiem finansowym, nie jest też wbudowane w zaprojektowaną przez regulatora globalną architekturę bezpieczeństwa finansowego. Modele ryzyka, modele kapitałów, a więc modele wartości skrajnej nie zawierają w swoich definicjach, lub bardziej w swoich konstrukcjach, zdarzenia 1000-letniego. Obiekt tego typu nie jest generyczną częścią takich modeli. Model VaR dla ryzyka kredytowego, czy operacyjnego, przy poziomie ufności 99.9% i horyzoncie rocznym nie mieści w swojej konstrukcji zdarzenia 1000-letniego. Nie opowiada nam historii tego zdarzenia, nie wskazuje miejsca, gdzie ono się w tej konstrukcji znajduje. Model ryzyka na poziomie VaR mówi nam jedynie, że mamy, w zakładanym horyzoncie czasowym, szansę 0.1% na przekroczenie pewnego, wyznaczonego na poziomie 99.9%, poziomu strat; lub patrząc z drogiej strony mamy 99.9% pewności (lub bardziej 99.9%-towe zaufanie), że tego poziomu w tym okresie nie przekroczymy. Taka jest tożsamość tego modelu, jego aksjomatyczne DNA.

System pojęciowy, za pomocą którego wyprowadzono interpretację czasową dalekich kwantyli modelu ryzyka, stanowi względem tych modeli, pewną zewnętrzną powłokę. Tu właśnie, w tej zewnętrznej warstwie, umiejscawia się pojęcie zdarzenia 1000-letniego. Nie odnosi się ono do wskazań modelu. Jest jedynie pewną etykietą zewnętrzną, opowieścią zastępczą. Stosowanie tego typu etykiet może być użyteczne, ale nie musi. W dziedzinie hydrologii, a także innych obszarach gdzie modelowane są zjawiska fizyczne, pojęcia zdarzenia 1000-letniego, czy 10000-letniego, jak w przypadku dyke project, są wykorzystywane i realnie wspomagają proces konstrukcji systemów bezpieczeństwa. Są obudowane również, rozwijanym i weryfikowanym przez dziesięciolecia, systemem pojęciowym, tworzącym spójną architekturę logiczną, za pomocą której realne problemy są rozwiązywane. Należy pamiętać również o domenie, w jakiej te rozwiązania są stosowane, domenie zjawisk fizycznych, a te, jak wykazano wcześniej, dużo łatwiej za pomocą takiej struktury probabilistycznej opisać. Wyprowadzenie pojęcia zdarzenia T-letniego jest tam naturalne i ma stosunkowo silne uzasadnienie statystyczne. Jednak nawet tam dostrzeżono konsekwencje stosowania uproszczeń pojęciowych, takich jak powódź stuletnia. Obecnie w hydrologii postuluje się przywrócenie ścisłych definicji probabilistycznych, być może mniej zrozumiałych, ale nie wprowadzających w błąd. W świecie finansów, pomimo reformy systemu bezpieczeństwa, refleksji w tym obszarze nie odnotowujemy. Pojęcie zdarzenia 1000-letniego wciąż funkcjonuje. W systemie finansowym definicja ta nie posiada jednak takiego ugruntowania, jakie ma w przestrzeni zjawisk fizycznych. Nie wyjaśniono tu fundamentu, na jakim stosowanie tej definicji jest umocowane. Nie stworzono

wykazał zaś coś przeciwnego. Trudno było zrozumieć cele (niezrozumiałe definicje zdarzenia 1000-letniego), zatem wszystko co następowało potem było obciążone tymi wadami założycielskimi frameworku AMA.

również odpowiedniego zaplecza pojęciowego, dla takiej, umieszczonej na mapie czasu, kalibracji parametrów bezpieczeństwa. Ostatecznie, stosowane w świecie finansów pojęcie zdarzenia 1000-letniego nie posiada jakiejkolwiek użytecznej interpretacji – jest więc bezużyteczne.

Być może jednak powinniśmy przyjąć inną, alternatywną interpretację kwantyla, tę podaną w jednym z dokumentów nadzorczych niższego rzędu, a wskazującą na cel ujęcia w tak zdefiniowanej skrajności, 0.999, błędów estymacyjnych, lub ogólnie błędów modelu. Wtedy jednak nie zrozumiałe jest powszechne, w tym również przez regulatora, stosowanie definicji temporalnej. Pamiętajmy, że regulator w w/w dokumencie wskazał obydwie definicje, tę techniczną oraz te mówiącą o zdarzeniu 1000-letnim, jedną po drugiej, nie zauważając żadnej sprzeczności pomiędzy nimi. Mamy więc do czynienia nie tylko z niejasnościami dotyczącymi definicji 1 raz na 1000 lat, do których niniejsza publikacja przede wszystkim się odnosi, ale szerszym problemem aksjologicznym – braku jakiejkolwiek spójnej definicji predefiniowanego parametru bezpieczeństwa.

Prawdopodobnie najlepszym rozwiązaniem byłoby porzucenie wszelkich niezrozumiałych definicji i uproszczeń. W ten sposób, być może, zredukowalibyśmy pole do generowania nieprawdziwych i wprowadzających w błąd interpretacji. Samo „odczarowanie" pojęcia zdarzenia 1000-letniego, w kontekście modeli ryzyka, mogłoby przynieść pewne pozytywne skutki. Konstruktorzy podejmujący trud budowy modeli tej klasy, których celem jest przewidzenie skali skrajnie rzadkich (i ekstremalnie dotkliwych) strat, mogą teraz podjąć bardziej racjonalne próby. Nie muszą dłużej odnosić wyników modeli do zdarzenia 1000-letniego, fantomu, obiektu wyobrażeniowego. Zadaniem modelu, po porzuceniu tych niejasnych wyobrażeń, będzie „jedynie" odniesienie się do skrajnego scenariusza, który może zmaterializować się tu i teraz z szansami 1/1000 scenariuszy. To wcale nie oznacza, że zadanie jest łatwiejsze. Wyobrażenie sobie 999-tego najgorszego scenariusza w świecie nas otaczającym też nie jest oczywiste. Jednak, czy pojęcie zdarzenie 1000-letniego w czymkolwiek pomagało rozwiązać ten problem? Na pewno nie. Mogło zaś, co jest dość prawdopodobne, prowadzić do wielu mylnych, nieadekwatnych kalibracji modeli na kwantylu 0.999.

Urealnienie podejścia do kwantyla 0.999, poza postulowanym przytwierdzeniem modelu do rzeczywistości, może przynieść pewne użyteczne odpowiedzi także w innych obszarach procesu modelowania. Możemy na przykład unieważnić problem stacjonarności w przód. Jeśli model nie musi mierzyć się z koncepcją odporności na 1000 lat do przodu, może zakotwiczyć się tu, gdzie jego miejsce – w bieżącej rzeczywistości. Problem stacjonarności znika. Problem ten znika też z innego powodu – funkcjonującego w bankach procesu kalibracji modeli ryzyka. Procedura ta powoduje ciągłe przesuwanie się modelu na osi czasu, co zapewnia jego bieżącą aktualność. Tu, świat finansów ma przewagę nad hydrologią, gdzie koncepcja ciągłej kalibracji zapory ochronnej jest niewykonalna.

Jeśli chodzi o problem stacjonarności w tył, pojawia się on wtedy, gdy zdecydujemy się zasilać model danymi historycznymi, korzystając z koncepcji indeksowania czasem. Takie podejście, dla modeli wartości skrajnej, w szczególności przy rocznym horyzoncie czasowym, jest jednak trudne w realizacji. Jak bowiem zgromadzić dane oszacowania kwantyla 0.999? Tu rzeczywiście wymagane byłyby 1000-letnie zbiory danych, a dla nich spełniony wymóg stacjonarności. Oczywiście

banki nie posiadają takich danych, korzystają z baz kilkudziesięcioletnich (częściej kilkunastoletnich). Problem stacjonarności tysiącletniej znika. Pozostaje problem stacjonarności kilkudziesięcioletniej/kilkunastoletniej oraz kwestia jakości oszacowań kwantyla 0.999 na tak krótkich szeregach. Jak już wielokrotnie wykazywano w literaturze, oszacowania takie są bardzo wątpliwej jakości.

Tymczasem, teraz, na solidniejszych fundamentach pojęciowych, już po porzuceniu pojęcia zdarzenia 1000-letniego, należy na problem estymacji kwantyla 0.999 spojrzeć w inny sposób. Może warto przytwierdzić konstrukcję modelarską do bieżącej rzeczywistości. Może zatem bardziej adekwatnym podejściem będzie próba oparcia modelu o mechanikę dzisiejszej rzeczywistości, a więc na realnych wartościach zagrożeń, które dziś do nas się odnoszą. Posłużyć temu mogą różne techniki przestrzennego zbierania danych, a także metody eksperckie, które mogą pomóc określić scenariusze zagrożeń i ich wartości[50]. Czy to rozwiązuje, postawiony na samym początku, problem z określeniem kształtu sytuacji skrajnej jako pewnego obiektu, z którym można zderzyć oszacowania modelu na kwantylu 0.999? Nie, to wciąż trudne zadanie. Celem tej pracy było jednak wyeksportowanie tego problemu, z nieadekwatnej i nieprzydatnej mapy czasowej i umieszczenie go na polu, na którym realnie problem ten się znajduje – na polu bieżącej rzeczywistości. Tu należy poszukiwać zdarzeń skrajnych. Być może, pomocne okazałoby się wypracowanie przez regulatora rzetelnych definicji sytuacji nieoczekiwanych dla różnych kategorii ryzyk. Opis ich kształtów, a także mechanik ich powstawania stanowiłby dla konstruktorów modeli ryzyka dużo lepszy punkt odniesienia niż fantomowe zdarzenie 1000-letnie. Wartości strat odczytywane na dalekich kwantylach zyskałyby realny obraz, łatwy do wyobrażenia i zakomunikowania.

To, jak należy przypuszczać, nie są nowe postulaty. W niniejszym opracowaniu są one jedynie przypomniane, a są przypomniane dlatego, że rozumowanie przedstawione w tej pracy nieuchronnie do nich zbiegało. Podejścia, które się tu proponuje, pomimo oczywistych trudności w ich realizacji, wciąż jednak, dla modeli tej klasy – modeli wartości ekstremalnej, wydają się bardziej zasadnym sposobem postępowania, niż oparte na szeregach czasowych i iluzji obliczalności nawet najbardziej zaawansowane techniki statystyczne. Oczywiście, przeniesienie środka ciężkości dla tego rodzaju modeli, na scenariuszowe, mechanistyczne procesy zasilania danymi, wywoła opór tych wszystkich, a jest ich nie mało, którzy są zwolennikami tezy „niech dane mówią". Im warto może zadać pytanie: czy na pewno dane mówią tak dużo. W przeciwieństwie do krótkich okresów, zazwyczaj pokrywających jeden cykl gospodarczy, które są stosowane do oszacowania wartości oczekiwanych - jak w ECL, te dane, które mają przemówić w kontekście modeli wartości skrajnych, to obserwacje, których poszukać trzeba być może kilkadziesiąt lat temu. Nie są one z całą pewnością adekwatne dla dzisiejszych oszacowań, nie dają też nadziei w kwestii wiarygodnego, w kontekście ograniczeń procesów estymacyjnych, oszacowania dalekich kwantyli.

[50] Przydatne mogą okazać się również różnorodne techniki symulacyjne, czy bootstrapowe. Być może również nowoczesna algorytmika okaże się lepszym narzędziem opisu dzisiejszych zagrożeń, niż poruszanie się na długich szeregach historycznych, czy to w przód, czy w tył.

Ostatecznie, przywrócenie pewnego porządku aksjologicznego może zatem pomóc w konstrukcji bardziej racjonalnych i silniej umocowanych w rzeczywistości, modeli ryzyka. Kapitały, przez te modele zwracane będą bardziej wiarygodne i stabilne. To, jak się wydaje, był właśnie postulat regulatora sformułowany w projekcie reform systemu Basel III Endgame. Takie właśnie uporządkowanie pojęć, które jak starano się wykazać, może mieć nieoczywiste ale realne znaczenie dla, konstruowanej w ramach globalnej architektury bezpieczeństwa, zapory antykryzysowej; niech będzie właśnie postulatem zamykającym niniejszy artykuł.

Bibliografia

Acharya, V.V., Brunnermeier, M.K., Pierret, D. (2024), Systemic Risk Measures: From the Panic of 1907 to the Banking Stress of 2023, NBER Working Paper No. 33211, National Bureau of Economic Research, Cambridge MA, November 2024 (Revised July 2025).

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. (1999), Coherent Measures of Risk, Mathematical Finance, Vol. 9, No. 3, pp. 203-228.

Balkema, A.A., de Haan, L. (1974), Residual Life Time at Great Age, The Annals of Probability, Vol. 2, No. 5, pp. 792–804.

Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision (1988), International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards (Basel I).

Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision (1995), An Internal Model-Based Approach to Market Risk Capital Requirements, Basel Committee on Banking Supervision, April 1995.

Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision (1996), Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks, Basel Committee on Banking Supervision, January 1996.

Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision (2004), International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework. (Basel II).

Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision (2005), An Explanatory Note on the Basel II IRB Risk Weight Functions, Basel Committee on Banking Supervision, July 2005.

Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision (2011), Operational Risk – Supervisory Guidelines for the Advanced Measurement Approaches, Basel Committee on Banking Supervision, June 2011.

Bank for International Settlements, Basel Committee on Banking Supervision (2017), Basel III: Finalising post-crisis reforms.

Baumol, W.J. (1963), An Expected Gain-Confidence Limit Criterion for Portfolio Selection, Management Science, Vol. 10, No. 1, pp. 174-182.

Berkowitz, J. (2001), Testing Density Forecasts, with Applications to Risk Management, Journal of Business and Economic Statistics, Vol. 19, No. 4, pp. 465–474.

Black, F., Scholes, M. (1973), The Pricing of Options and Corporate Liabilities, Journal of Political Economy, Vol. 81, No. 3, pp. 637-654.

Buczak, M., (2026a), Post-Crisis Financial Security Architecture in the Face of the 2023 Crisis Episode, SSRN Working Paper, https://ssrn.com/abstract=7080238.

Buczak, M., (2026b), The AMA Method - Analytical Foundations of Its Failure, SSRN Working Paper, https://ssrn.com/abstract=6949518

Campbell, S.D. (2005), A Review of Backtesting and Backtesting Procedures, Finance and Economics Discussion Series No. 2005-21, Board of Governors of the Federal Reserve System, Washington DC.

Christoffersen, P.F. (1998), Evaluating Interval Forecasts, International Economic Review, Vol. 39, No. 4, pp. 841-862.

Christoffersen, P., Pelletier, D. (2004), Backtesting Value-at-Risk: A Duration-Based Approach, Journal of Financial Econometrics, Vol. 2, No. 1, pp. 84-108.

Colletaz, G., Hurlin, C., Pérignon, C. (2013), The Risk Map: A New Tool for Validating Risk Models, Journal of Banking & Finance, Vol. 37, No. 10, pp. 3843-3854.

Danielsson, J. (2000), The Emperor has no Clothes: Limits to Risk Modelling, Financial Markets Group Special Paper No. 126, London School of Economics, London.

Danielsson, J., Embrechts, P., Goodhart, C., Keating, C., Muennich, F., Renault, O., Shin, H.S. (2001), An Academic Response to Basel II, Special Paper No. 130, LSE Financial Markets Group and ESRC Research Centre, London School of Economics, May 2001.

Danielsson, J., & Zigrand, J.-P. (2001), What happens when you regulate risk? Evidence from a simple equilibrium model (FMG Discussion Paper No. 393). London School of Economics, Financial Markets Group.

Danielsson, J. (2003), On the Feasibility of Risk Based Regulation, CESifo Economic Studies, Vol. 49, No. 2, pp. 157-179.

Danielsson, J., James, K., Valenzuela, M., & Zer, I. (2014), Model risk of risk models (Finance and Economics Discussion Series 2014-34), Federal Reserve Board, https://doi.org/10.17016/FEDS.2014.34

Dawdy, D.R., Griffis, V.W., Gupta, V.K. (2012), Regional Flood-Frequency Analysis: How We Got Here and Where We Are Going, Journal of Hydrologic Engineering, ASCE, Vol. 17, September 2012, pp. 953-959, doi:10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000584

De Haan, L. (1990), Fighting the arch-enemy with mathematics, Statistica Neerlandica, Vol. 44, No. 2, pp. 45–68.

Embrechts, P., Klüppelberg, C., Mikosch, T. (1997), Modelling Extremal Events for Insurance and Finance, Springer-Verlag, Berlin.

England, J.F. Jr., Cohn, T.A., Faber, B.A., Stedinger, J.R., Thomas, W.O. Jr., Veilleux, A.G., Kiang, J.E., Mason, R.R. Jr. (2019), Guidelines for Determining Flood Flow Frequency — Bulletin 17C, U.S. Geological Survey Techniques and Methods, book 4, chap. B5, 148 p.

European Banking Authority (2021), The Estimation Risk and the IRB Formula, EBA Staff Paper Series No. 11 (European Banking Authority, January 2021).

European Parliament and Council (2006), Directive 2006/48/EC relating to the taking up and pursuit of the business of credit institutions (Capital Requirements Directive — CRD) (Official Journal of the European Union, June 2006).

European Parliament and Council (2006), Directive 2006/49/EC on the capital adequacy of investment firms and credit institutions (recast) (Capital Requirements Directive — CRD) (Official Journal of the European Union, June 2006).

European Parliament and Council (2013), Regulation (EU) No 575/2013 on prudential requirements for credit institutions and investment firms (Capital Requirements Regulation — CRR) (Official Journal of the European Union, June 2013).

European Parliament and Council (2024), Regulation (EU) 2024/1623 amending Regulation (EU) No 575/2013 as regards requirements for credit risk, credit valuation adjustment risk, operational risk, market risk and the output floor (Capital Requirements Regulation III — CRR III) (Official Journal of the European Union, June 2024).

Fisher, R. A., & Tippett, L. H. C. (1928), Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, Vol. 24, No. 2, pp. 180-190.

Foster, H.A. (1924), Theoretical Frequency Curves and Their Application to Engineering Problems, Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol. 87, No. 1, pp. 142–173.

Fuller, W.E. (1914), Flood flows, Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol. 77, No 1, pp. 564-617.

Genest, B., Brie, L. (2013), Basel II IRB risk weight functions: Demonstration & analysis, Available from: https://papers.ssrn.com/sol3/Delivery.cfm/SSRN_ID2578936_code2371644.pdf.

Gordy, M.B. (2003), A Risk-Factor Model Foundation for Ratings-Based Bank Capital Rules, Journal of Financial Intermediation, Vol. 12, No. 3, pp. 199-232.

Gumbel, E. J. (1941), The return period of flood flows, The Annals of Mathematical Statistics, Vol. 12, No. 2, pp. 163-190.

Haas, M. (2001), New Methods in Backtesting, Working Paper, Financial Engineering Research Center Caesar, Bonn.

Hazen, A. (1914), Discussion on "Flood flows" by W.E. Fuller, Transactions of the American Society of Civil Engineers, Vol. 77, pp. 626-632.

Hull, J.C. (2018), Risk Management and Financial Institutions, Fifth Edition, John Wiley & Sons, Hoboken.

International Accounting Standards Board (2014), IFRS 9: Financial instruments, IFRS Foundation.

Jorion, P. (2007), Value at Risk, The New Benchmark for Managing Financial Risk, Third Edition.

J.P. Morgan/Reuters (1996), RiskMetrics™ - Technical Document, Fourth Edition, Longerstaey J., Spencer M. Morgan Guaranty Trust Company and Reuters Ltd. New York, December 17, 1996.

J.P. Morgan (1997), CreditMetrics™ – Technical Document, J.P. Morgan & Co. Incorporated, New York, April 1997.

Kiema, I., Jokivuolle, E. (2013), 99.9% - really?, Bank of Finland Research Discussion Papers, No. 25/2013.

Kupiec, P. (1995), Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models, Journal of Derivatives, Vol. 3, No. 2, pp. 73-84.

Laubsch, A.J., Ulmer, A. (1999), Risk Management: A Practical Guide, First Edition, RiskMetrics Group, August 1999.

Lopez, J. (1997), Regulatory Evaluation of Value-at-Risk Models, Federal Reserve Bank of New York Research Paper No. 9710, March 1997.

Lopez, J.A., Saidenberg, M.R. (2000), Evaluating Credit Risk Models, Journal of Banking and Finance, Vol. 24, No. 1-2, pp. 151-165.

Markowitz, H.M. (1952), Portfolio Selection, Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, pp. 77-91.

Merton, R.C. (1974), On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates, Journal of Finance, Vol. 29, No. 2, pp. 449-470.

Milly, P. C. D., J. Betancourt, M. Falkenmark, R. M. Hirsch, Z. W. Kundzewicz, D. P. Lettenmair, R. J. Stouffer (2008), Stationarity is dead: Whither water management, Science, 319, 573–574.

Milonas, N., van Vuuren, G. (2024), Simulating Credit Loss Distributions: Empirical Versus the Vasicek Model, International Journal of Economics and Financial Issues, 2024, 14(2), 77-88.

Pickands, J. (1975), Statistical Inference Using Extreme Order Statistics, The Annals of Statistics, Vol. 3, No. 1, pp. 119–131.

Pielke, R. A., Jr. (1999), Nine fallacies of floods, Clim. Change, 42(2), 413–438, doi:10.1023/A:1005457318876

Read L.K., Vogel R.M. (2015), Reliability, return periods, and risk under nonstationarity, Water Resources Research, Vol. 51, No 8, pp. 6381-6398, doi:10.1002/2015WR017089

Reinhart, C.M., Rogoff, K.S. (2009), This Time is Different: Eight Centuries of Financial Folly, Princeton University Press, Princeton.

Roy, A.D. (1952), Safety First and the Holding of Assets, Econometrica, Vol. 20, No. 3, pp. 431-449.

Shirazi, A. (2014), Value at Risk (VaR) Backtesting Techniques and P-Value Risk Decomposition Analysis, SSRN Working Paper No. 2413702, doi:10.2139/ssrn.2413702

Stedinger, J. R., R. M. Vogel, E. Foufoula-Georgiou (1993), Frequency analysis of extreme events, in Handbook of Hydrology, edited by D. Maidment, chap. 18, McGraw-Hill, N. Y.

Vasicek, O. (2002), Loan Portfolio Value, Risk, December, 160–162.

Vogel, R., I. Wilson (1996), The probability distribution of annual maximum, minimum and average streamflow in the United States, J. Hydrol. Eng., 1, 69–76, doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(1996)1:2(69)

Volpi, E., Fiori, A., Grimaldi, S., Lombardo, F., Koutsoyiannis, D. (2015), One hundred years of return period: Strengths and limitations, Water Resources Research, Vol. 51, No 10, pp. 8570-8585, doi:10.1002/2015WR017820

Wiener, N. (1923), Differential Space, Journal of Mathematics and Physics, Vol. 2, No. 1-4, pp. 131-174.

Załączniki

A Parametryzacja statystyczna poziomu bezpieczeństwa dla pozostałych ryzyk

Tabela A1: Parametryzacja statystyczna poziomu bezpieczeństwa dla pozostałych ryzyk określona w regulacjach (BIS, BCBS, 2013), (BIS, BCBS, 2024)

Numer artykułu, punktu	Obszar	Kwantyl	Horyzont	Treść przepisu	Status CRR III (BIS, BCBS, 2024)
Art. 155, pkt. 4	Ryzyko kredytowe IRB – equity	0.99	kwartał	"Under the internal models approach, the risk weighted exposure amount shall be the potential loss on the institution's equity exposures as derived using internal value-at-risk models subject to the 99th percentile, one-tailed confidence interval"	Uchylony
Art. 221, pkt. 7	Counterparty Credit Risk - netting	0.99	5-10 dni	"The calculation of the potential change in value [...] shall be based on a 99th percentile, one-tailed confidence interval"	Obowiązuje
Art. 225, pkt. 2	Zabezpieczenia - haircut	0.99	5-20 dni	"The calculation of the volatility adjustments [...]:	Uchylony

				(a) institutions shall base the calculation on a 99th percentile, one-tailed confidence interval;"	
Art. 354, pkt. 1	Ryzyko walutowe - korelacja	0.99	10 dni	"A pair of currencies is deemed to be closely correlated only if the likelihood of a loss — calculated on the basis of daily exchange-rate data for the preceding three or five years — occurring on equal and opposite positions in such currencies over the following 10 working days, which is 4 % or less of the value of the matched position in question (valued in terms of the reporting currency) has a probability of at least 99 %, when an observation period of three years is used, and 95 %, when an observation period of five years is used."	Obowiązuje
Art. 374	Ryzyko rynkowe – Incremental Risk Charge (IRC)	0.999	1 rok	"Institutions shall use the internal model to calculate a number which measures losses due to default and internal or external ratings migration at the 99,9 % confidence interval over a time horizon of one year."	Uchylony
Art. 377	Ryzyko rynkowe – portfel korelacyjny	0.999	1 rok	"Institutions shall use this internal model to calculate a number which adequately measures all price risks at the 99,9 % confidence interval over a time horizon of one year [...]"	Uchylony
Art. 383	Credit Valuation Adjustment (CVA) – metoda zaawansowana	0.99	10 dni	"An institution shall use its internal model for determining the own funds requirements for the specific risk associated with traded debt positions and shall apply a 99 % confidence interval and a 10-day equivalent holding period."	Uchylony
Art. 384	Credit Valuation Adjustment (CVA) – metoda standardowa	0.99	1 rok	Kwantyl nie jest podany bezpośrednio, lecz jest ukryty w stałej 2.33, która jest odwrotnością rozkładu normalnego dla kwantyla 0.99. Stała 2.33 jest we wzorze na wymóg kapitałowy (K) dla ryzyka CVA.	Uchylony

Źródło: *opracowanie własne na podstawie regulacji (BIS, BCBS, 2013), (BIS, BCBS, 2024).*

B Podsumowanie definicji parametrów bezpieczeństwa (Bazylea II vs. CRR III) dla ryzyk: kredytowego, operacyjnego, rynkowego

Tabela B1: Definicje parametrów bezpieczeństwa dla ryzyk: kredytowego, operacyjnego, rynkowego określone w regulacjach (BIS, BCBS, 2013), (BIS, BCBS, 2024)

Numer artykułu, punktu	**Obszar**	**Kwantyl**	**Horyzont**	**Treść przepisu**	**Interpretacja czasowa (1 na T okresów)**	**Status CRR III (BIS, BCBS, 2024)**
Art. 153, pkt. 1 Art. 154, pkt. 1 Art. 180, pkt. 1 (a)	Ryzyko kredytowe IRB	0.999	rok	**Kwantyl 99.9 nie został wprost zdefiniowany. Stała 0.999 zaszyta w formule IRB.** Horyzont: "institutions shall estimate PDs by obligor grade from long run averages of one-year default rates.".	Nie sformułowano w CRR Inteprteacja czasowa w wytycznych [BIS, BCBS 2005]	Obowiązuje
Art. 322, pkt. 2 (a) Basel II	Ryzyko operacyjne AMA	0.999	rok	"The operational risk measure shall capture potentially severe tail events, achieving a soundness standard compara-	Nie sformułowano w CRR	Uchylony w filarze I, metoda AMA wycofana i zastąpiona metodą SMA W filarze II

[51], art. 667				ble to a 99,9 % confidence interval over a one year period;". "[…] operational risk measure **meets a soundness standard comparable to that of the internal ratings-based approach for credit risk**, (i.e. comparable to a one year holding period and a 99.9th percentile confidence interval)."	Interpretacja czasowa w wytycznych [BIS, BCBS 2011]	Metoda AMA wciąż obowiązuje
Art. 365, pkt. 1	Ryzyko rynkowe IMA	0.99	10 dni	"The calculation of the value-at-risk […] shall be subject to the following requirements: (a) daily calculation of the value-at-risk number; (b) a 99th percentile, one-tailed confidence interval; (c) a 10-day holding period;"	Nie sformułowano Interpretacja czasowa pośrednio przez koncepcję backtestu przekroczeń (art. 366)	Uchylony, zastąpiony przez FRTB – Expected Shortfall 97.5%, backtesting VaR 99% utrzymany

Źródło: *opracowanie własne na podstawie regulacji (BIS, BCBS, 2013), (BIS, BCBS, 2024).*

[51] Ten artykuł znajduje się w dokumencie (BIS, BCBS, 2004).